

Estimation du seuil de fissuration à l'aide de modèles à gradient d'endommagement : application aux matériaux vitrocéramiques sous auto-irradiation

G. Feugueur^{a,b}, L. Gélébart^a, C. Maurini^b et S. Miro^c

^aUniversité Paris-Saclay, CEA, Service de Recherche en Matériaux et procédés Avancés, 91191, Gif-sur-Yvette, France

^bCNRS, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Sorbonne Université, UMR 7190, Paris, France

^cUniversité de Montpellier, CEA, SEME/LMPA, Marcoule, France

MechGlass2024: Thematic Day Mechanics of Glasses



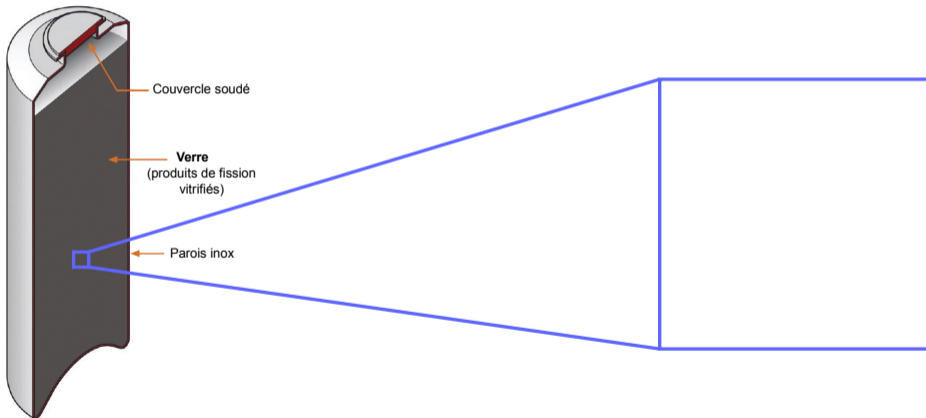
d'Alembert
Institut Jean le Rond d'Alembert



université
PARIS-SACLAY

Contexte industriel : alternative des vitrocéramiques

↘ Volume de colis ⇒ ↗ Incorporation de **Produits de Fission** et **Actinides mineurs**



Actuellement, pour le verre R7T7, le taux massique des **Produits de Fission** et **Actinides mineurs** est de
18,5 wt.%

Contexte industriel : fissuration des vitrocéramiques [WEBER et al., 1979]

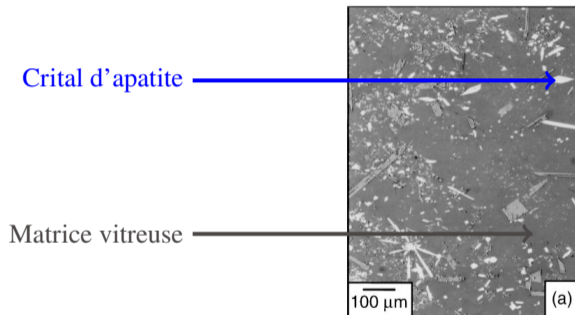


Fig. 1 – Effet des désintégrations α dans les phases cristallines sur la microstructure dans un verre partiellement dévitrifié pour $6 \times 10^{15} \alpha/g$ (a) et $2,4 \times 10^{17} \alpha/g$ (b) [WEBER et al., 1998]

Contexte industriel : fissuration des vitrocéramiques [WEBER et al., 1979]

Auto-irradiation α \implies Gonflement des cristaux ↗

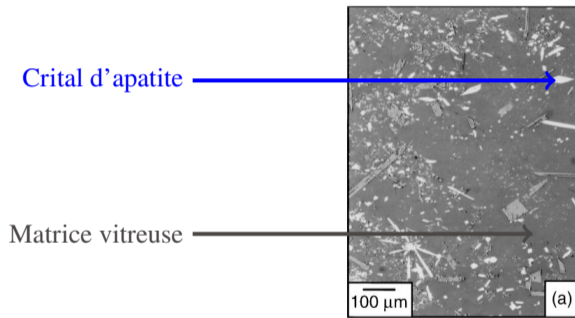


Fig. 1 – Effet des désintégrations α dans les phases cristallines sur la microstructure dans un verre partiellement dévitrifié pour $6 \times 10^{15} \alpha/g$ (a) et $2,4 \times 10^{17} \alpha/g$ (b) [WEBER et al., 1998]

Contexte industriel : fissuration des vitrocéramiques [WEBER et al., 1979]

Auto-irradiation α \implies Gonflement des cristaux \nearrow \implies Fissuration matricielle

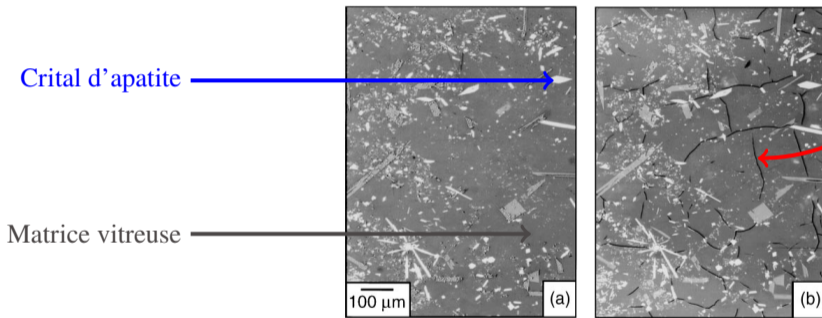


Fig. 1 – Effet des désintégrations α dans les phases cristallines sur la microstructure dans un verre partiellement dévitrifié pour $6 \times 10^{15} \alpha/g$ (a) et $2,4 \times 10^{17} \alpha/g$ (b) [WEBER et al., 1998]

Contexte industriel : fissuration des vitrocéramiques [WEBER et al., 1979]

Auto-irradiation α \implies Gonflement des cristaux \nearrow \implies Fissuration matricielle

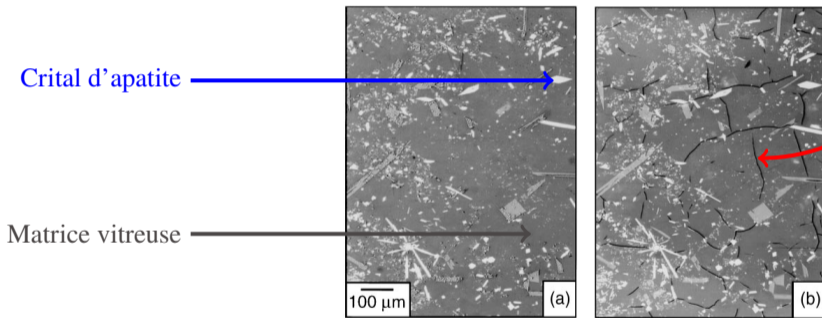


Fig. 1 – Effet des désintégrations α dans les phases cristallines sur la microstructure dans un verre partiellement dévitrifié pour $6 \times 10^{15} \alpha/g$ (a) et $2,4 \times 10^{17} \alpha/g$ (b) [WEBER et al., 1998]

Quel est l'effet de la microstructure (taille, forme, densité d'inclusions...) sur le seuil de fissuration (gonflement critique des inclusions)?

Plan de la présentation

- 1 Estimation du seuil de fissuration à l'aide de modèles à gradient d'endommagement
- 2 Limites des modèles en champ complet
- 3 Effets de la microstructure sur le seuil de fissuration
- 4 Conclusions et Perspectives

Estimation du seuil de fissuration à l'aide de modèles à gradient d'endommagement

- 1 Estimation du seuil de fissuration à l'aide de modèles à gradient d'endommagement
 - Formulation du problème d'endommagement
 - Approches en champ complet et simplifiées pour estimer le seuil de fissuration

Formulation du problème d'endommagement

- Minimisation énergétique dans un milieu homogène [BOURDIN et al., 2000 ; ERNESTI et al., 2020] :

$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \mathcal{E}_{\ell_0}(\underline{u}, \phi, \nabla \phi)$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi) - \underbrace{\mathcal{W}_{\text{ext}}}_{=0}$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \int_{\Omega} g(\phi) \psi_0^+(\underline{\varepsilon}(\underline{u})) + \psi_0^-(\underline{\varepsilon}(\underline{u})) \, dV + \int_{\Omega} \frac{1}{c_w} \frac{G_c}{\ell_0} (w(\phi) + \ell_0^2 \|\nabla \phi\|^2) \, dV$$

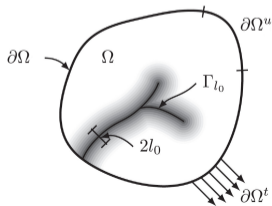
\underline{u} : champ de déplacement

ϕ : champ d'endommagement

Ψ_s : énergie élastique stockée

Ψ_c : énergie dissipée

(1)



Formulation du problème d'endommagement

- Minimisation énergétique dans un milieu homogène [BOURDIN et al., 2000; ERNESTI et al., 2020] :

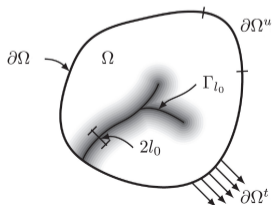
$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \mathcal{E}_{\ell_0}(\underline{u}, \phi, \nabla \phi)$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi) - \underbrace{\mathcal{W}_{\text{ext}}}_{=0}$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \int_{\Omega} g(\phi) \psi_0^+(\underline{\varepsilon}(\underline{u})) + \psi_0^-(\underline{\varepsilon}(\underline{u})) \, dV + \int_{\Omega} \frac{1}{c_w} \frac{G_c}{\ell_0} (w(\phi) + \ell_0^2 \|\nabla \phi\|^2) \, dV$$

\underline{u}	:	champ de déplacement
ϕ	:	champ d'endommagement
Ψ_s	:	énergie élastique stockée
Ψ_c	:	énergie dissipée

(1)



Modèle AT2

$w(\phi)$	ϕ^2
c_w	2

Modèle AT1

$w(\phi)$	ϕ
c_w	8/3

Formulation du problème d'endommagement

- Minimisation énergétique dans un milieu homogène [BOURDIN et al., 2000; ERNESTI et al., 2020] :

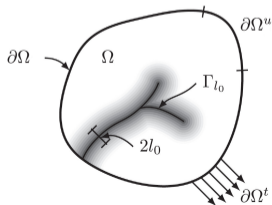
$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \mathcal{E}_{\ell_0}(\underline{u}, \phi, \nabla \phi)$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi) - \underbrace{\mathcal{W}_{\text{ext}}}_{=0}$$

$$= \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \int_{\Omega} g(\phi) \psi_0^+ (\underline{\varepsilon}(\underline{u})) + \psi_0^- (\underline{\varepsilon}(\underline{u})) dV + \int_{\Omega} \frac{1}{c_w} \frac{G_c}{\ell_0} (w(\phi) + \ell_0^2 \|\nabla \phi\|^2) dV$$

\underline{u}	:	champ de déplacement
ϕ	:	champ d'endommagement
Ψ_s	:	énergie élastique stockée
Ψ_c	:	énergie dissipée

(1)



Modèle AT2

$w(\phi)$	ϕ^2
c_w	2

Modèle AT1

$w(\phi)$	ϕ
c_w	8/3

- Prise en compte de l'hétérogénéité [ERNESTI et al., 2020] :

$$g(\underline{x}, \phi) = \theta(\underline{x}) (k_0 + (1 - \phi)^2) + (1 - \theta(\underline{x})) \quad (2)$$

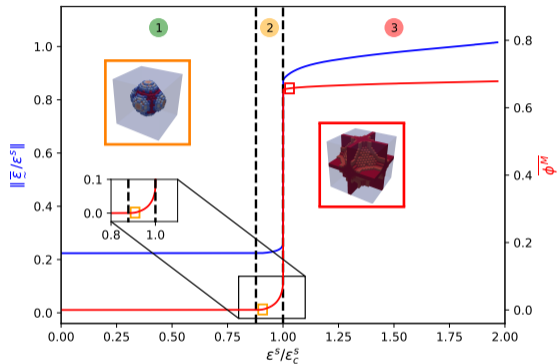
Approche en champ complet

- Minimisation alternée itérative des sous-problèmes [BOURDIN et al., 2000; CHEN et al., 2019] :

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\underline{\sigma}(\underline{u}, \phi)) = \underline{0} \\ \underline{\sigma}(\underline{u}, \phi) = \mathbf{g}(\phi) \frac{\partial \psi_0^+}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) + \frac{\partial \psi_0^-}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}_1 \left(\mathbf{w}'(\phi) - 2l_0^2 \Delta \phi \right) = -\mathbf{g}'(\phi) \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) \\ \dot{\phi} \geq 0 \end{cases}$$

- Résolution des sous-problèmes en FFT
- Irréversibilité ($\dot{\phi} \geq 0$) [GERASIMOV et al., 2019]



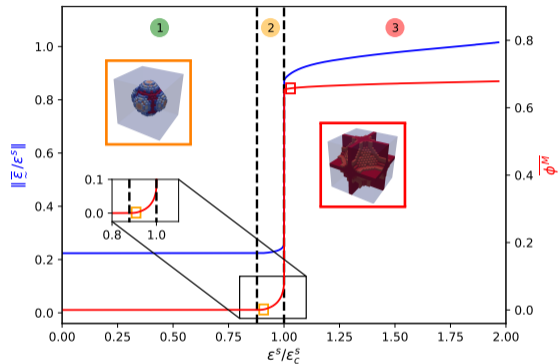
Approche en champ complet

- Minimisation alternée itérative des sous-problèmes [BOURDIN et al., 2000; CHEN et al., 2019] :

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\underline{\sigma}(\underline{u}, \phi)) = \underline{0} \\ \underline{\sigma}(\underline{u}, \phi) = \mathbf{g}(\phi) \frac{\partial \psi_0^+}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) + \frac{\partial \psi_0^-}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}_1 \left(\mathbf{w}'(\phi) - 2l_0^2 \Delta \phi \right) = -\mathbf{g}'(\phi) \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) \\ \dot{\phi} \geq 0 \end{cases}$$

- Résolution des sous-problèmes en FFT
- Irréversibilité ($\dot{\phi} \geq 0$) [GERASIMOV et al., 2019]



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est tel que :

$$f''(\varepsilon^S) = 0 \quad \text{avec} \quad f(\varepsilon^S) = \|\underline{\varepsilon}/\varepsilon^S\| \quad (3)$$

Approche en champ complet

- Minimisation alternée itérative des sous-problèmes [BOURDIN et al., 2000; CHEN et al., 2019] :

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\underline{\sigma}(\underline{u}, \phi)) = \underline{0} \\ \underline{\sigma}(\underline{u}, \phi) = \mathbf{g}(\phi) \frac{\partial \psi_0^+}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) + \frac{\partial \psi_0^-}{\partial \underline{\varepsilon}}(\underline{u}) \end{cases}$$

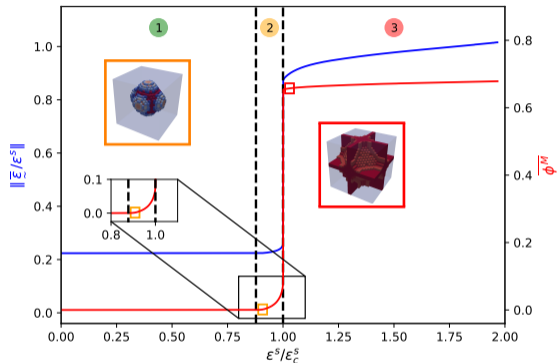
$$\begin{cases} \mathbf{w}_1 \left(\mathbf{w}'(\phi) - 2\ell_0^2 \Delta \phi \right) = -\mathbf{g}'(\phi) \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) \\ \dot{\phi} \geq 0 \end{cases}$$

- Résolution des sous-problèmes en FFT
- Irréversibilité ($\dot{\phi} \geq 0$) [GERASIMOV et al., 2019]

☹ Temps de calcul important

☹ Signification de ℓ_0 :

- Nmérique ?
- Matériaux ?



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est tel que :

$$f''(\varepsilon^S) = 0 \quad \text{avec} \quad f(\varepsilon^S) = \|\underline{\varepsilon}/\varepsilon^S\| \quad (3)$$

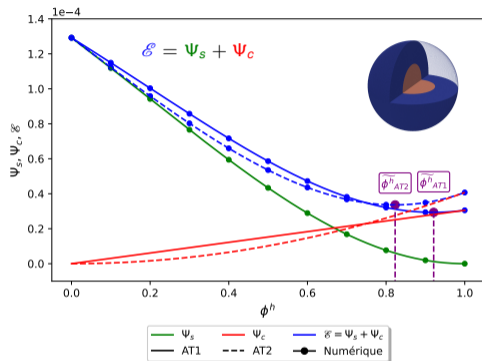
Approche globale simplifiée (inspiration de [GAUTHIER, 2021])

- Minimisation énergétique du problème à ε^{S^*} donné :

$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi)$$

simplification : $\phi(\underline{x}) = \theta(\underline{x})\phi^h$

$$(\underline{u}^h, \phi^h) = \min_{\underline{u}, \phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$



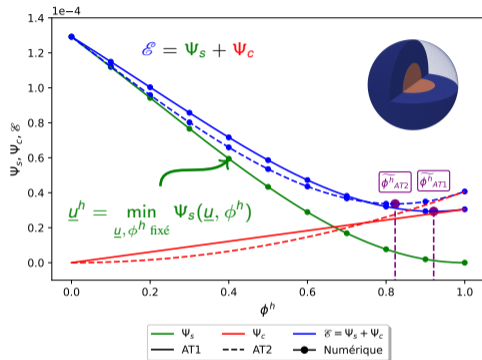
Approche globale simplifiée (inspiration de [GAUTHIER, 2021])

- Minimisation énergétique du problème à ε^{S^*} donné :

$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi)$$

simplification : $\phi(\underline{x}) = \theta(\underline{x})\phi^h$

$$(\underline{u}^h, \phi^h) = \min_{\underline{u}, \phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$



Approche globale simplifiée (inspiration de [GAUTHIER, 2021])

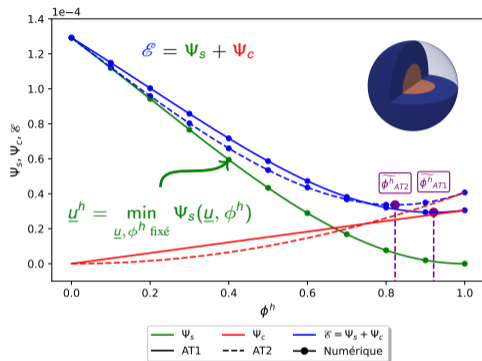
- Minimisation énergétique du problème à ε^{S^*} donné :

$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi)$$

simplification : $\phi(\underline{x}) = \theta(\underline{x})\phi^h$

$$(\underline{u}^h, \phi^h) = \min_{\underline{u}, \phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$

$$\Rightarrow \widetilde{\phi}^h = \min_{\phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}^h, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$



Approche globale simplifiée (inspiration de [GAUTHIER, 2021])

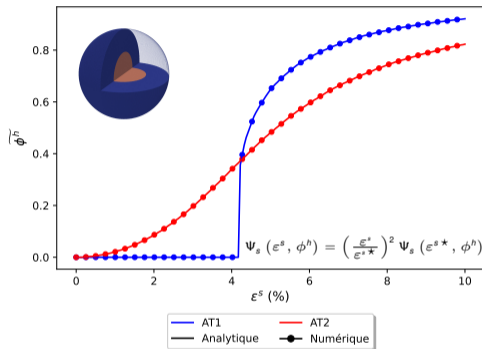
- Minimisation énergétique du problème à ε^{S*} donné :

$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi)$$

simplification : $\phi(\underline{x}) = \theta(\underline{x})\phi^h$

$$(\underline{u}^h, \phi^h) = \min_{\underline{u}, \phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$

$$\Rightarrow \widetilde{\phi}^h = \min_{\phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}^h, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est tel que :

$$\left(\widetilde{\phi}^h\right)''(\varepsilon^S) = 0 \tag{4}$$

Approche globale simplifiée (inspiration de [GAUTHIER, 2021])

- Minimisation énergétique du problème à ε^{S*} donné :

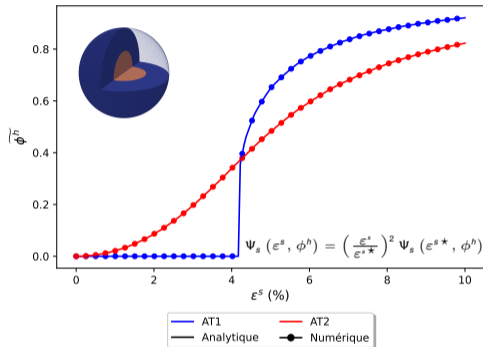
$$(\underline{u}, \phi) = \min_{\underline{u}, \phi \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi) + \Psi_c(\phi, \nabla \phi)$$

simplification : $\phi(\underline{x}) = \theta(\underline{x})\phi^h$

$$(\underline{u}^h, \phi^h) = \min_{\underline{u}, \phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$

$$\Rightarrow \widetilde{\phi}^h = \min_{\phi^h \in [0,1]} \Psi_s(\underline{u}^h, \phi^h) + \Psi_c(\phi^h)$$

- ☹ Pas d'effet de taille ($\nabla \phi = \underline{0}$)
- ☹ Pas de localisation de l'endommagement
- ☹ Toute la matrice s'endommage
 ⇒ Surestimation du seuil de fissuration



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est tel que :

$$\left(\widetilde{\phi}^h\right)''(\varepsilon^S) = 0 \quad (4)$$

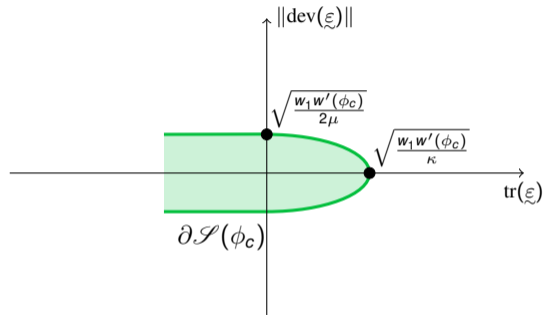
Approche locale simplifiée (adaptation de [DE LORENZIS et al., 2022])

- Limite du domaine élastique :

$$\mathcal{S}(\phi_c) = \left\{ \underline{\varepsilon} \in \mathcal{S}, \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) = -\frac{w_1 w'(\phi_c)}{g'(\phi_c)} \right\}$$

- Un seul calcul élastique à ε^{S^*} est nécessaire
- Détermination du lieu d'amorçage :

$$\psi_0^{+*}(\underline{x}_c) = \max_{\underline{x} \in \Omega^M} \psi_0^+(\underline{x})$$



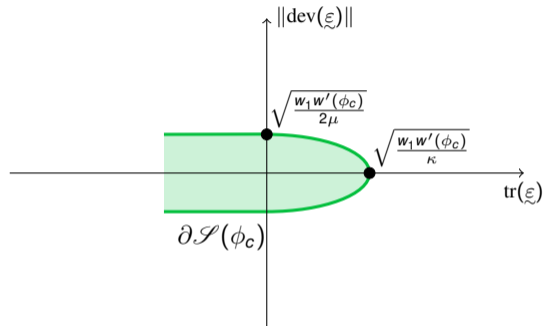
Approche locale simplifiée (adaptation de [DE LORENZIS et al., 2022])

- Limite du domaine élastique :

$$\mathcal{S}(\phi_c) = \left\{ \underline{\varepsilon} \in \mathfrak{S}, \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) = -\frac{w_1 w'(\phi_c)}{g'(\phi_c)} \right\}$$

- Un seul calcul élastique à ε^{S^*} est nécessaire
- Détermination du lieu d'amorçage :

$$\psi_0^{+*}(\underline{x}_c) = \max_{\underline{x} \in \Omega^M} \psi_0^+(\underline{x})$$



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est donné par :

$$\varepsilon_c^S = \varepsilon^{S^*} \sqrt{\kappa(c_w) \frac{G_c}{\ell_0} \frac{1}{\psi_0^{+*}(\underline{x}_c)}} \quad (5)$$

Approche locale simplifiée (adaptation de [DE LORENZIS et al., 2022])

- Limite du domaine élastique :

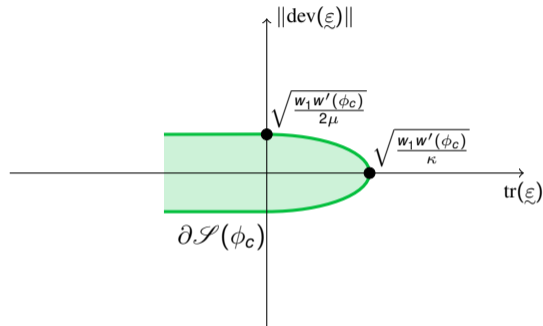
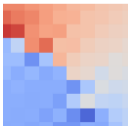
$$\mathcal{S}(\phi_c) = \left\{ \underline{\varepsilon} \in \mathfrak{S}, \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) = -\frac{w_1 w'(\phi_c)}{g'(\phi_c)} \right\}$$

- Un seul calcul élastique à ε^{S^*} est nécessaire
- Détermination du lieu d'amorçage :

$$\psi_0^{+*}(\underline{x}_c) = \max_{\underline{x} \in \Omega^M} \psi_0^+(\underline{x})$$

☹ Pas d'effet de taille ($\nabla \phi = \underline{0}$)

☹ Sensible à la résolution



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est donné par :

$$\varepsilon_c^S = \varepsilon^{S^*} \sqrt{\kappa(c_w) \frac{G_c}{\ell_0} \frac{1}{\psi_0^{+*}(\underline{x}_c)}} \quad (5)$$

Approche locale simplifiée (adaptation de [DE LORENZIS et al., 2022])

- Limite du domaine élastique :

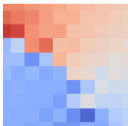
$$\mathcal{S}(\phi_c) = \left\{ \underline{\varepsilon} \in \mathcal{S}, \psi_0^+(\underline{\varepsilon}) = -\frac{w_1 w'(\phi_c)}{g'(\phi_c)} \right\}$$

- Un seul calcul élastique à ε^{S^*} est nécessaire
- Détermination du lieu d'amorçage :

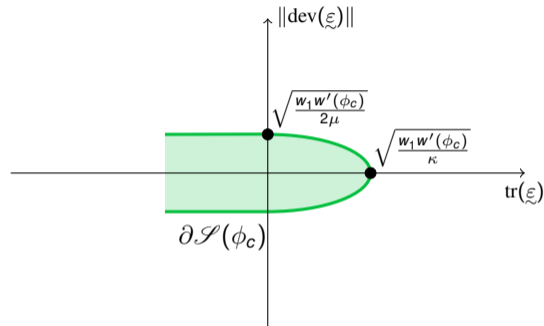
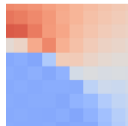
$$\psi_0^{+*}(\underline{x}_c) = \max_{\underline{x} \in \Omega^M} \psi_0^+(\underline{x})$$

☹ Pas d'effet de taille ($\nabla \phi = \underline{0}$)

☹ Sensible à la résolution



Voxels Composites
[GÉLÉBART et al., 2015]
→
[FEUGUEUR et al., 2022]



Seuil de fissuration :

Le gonflement critique ε_c^S est donné par :

$$\varepsilon_c^S = \varepsilon^{S^*} \sqrt{\kappa(c_w) \frac{G_c}{\ell_0} \frac{1}{\psi_0^{+*}(\underline{x}_c)}} \quad (5)$$

Limites des modèles en champ complet

- 2 Limites des modèles en champ complet
 - Effet de ℓ_0 sur la localisation des fissures
 - Effet de la distance entre inclusions sur la localisation des fissures

Effet de ℓ_0 sur la localisation des fissures

$$\ell_0 = D$$

$$\ell_0 = D/10$$

Résultats pour la localisation des fissures :

- Évolution de l'endommagement de manière diffuse dans la matrice pour $\ell_0 = D$

Effet de l_0 sur la localisation des fissures

$$l_0 = D$$

$$l_0 = D/10$$

Résultats pour la localisation des fissures :

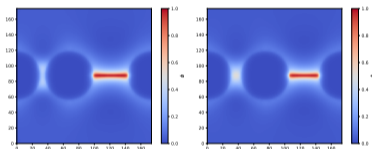
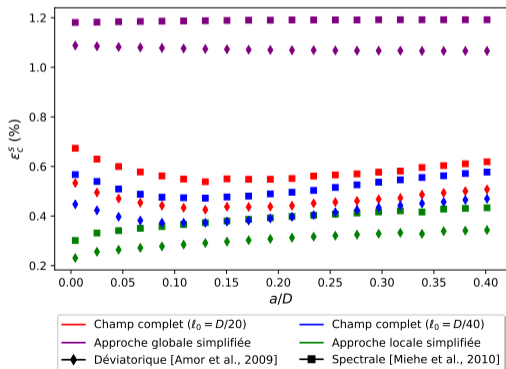
- Évolution de l'endommagement de manière diffuse dans la matrice pour $l_0 = D$
- ⇒ Nécessite que l_0 soit petit devant le diamètre de l'inclusion D pour localiser des fissures

$$l_0 \ll D$$

Effet de la distance entre inclusions sur la localisation des fissures

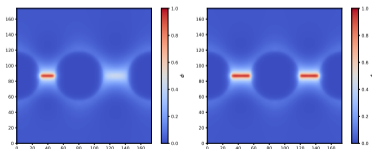
Études numériques avec 2 inclusions circulaires :

- Analyse des champs de contraintes avec un gonflement différentiel [WANG, 2012; WANG et al., 2014]
- Analyse de l'effet de ℓ_0 sur la localisation des fissures avec un chargement en traction [MA, 2022]



(b) $a/\ell_0 \approx 1,75$

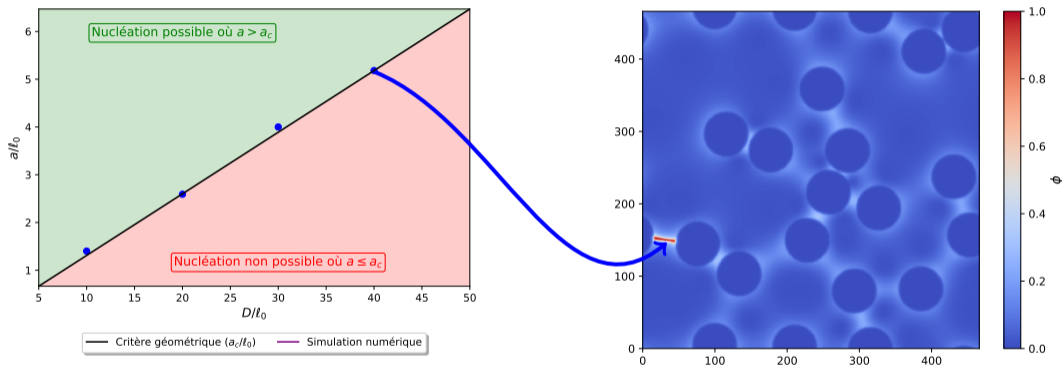
(c) $a/\ell_0 \approx 3,84$



(d) $a/\ell_0 \approx 5,93$

(e) $a/\ell_0 \approx 8,02$

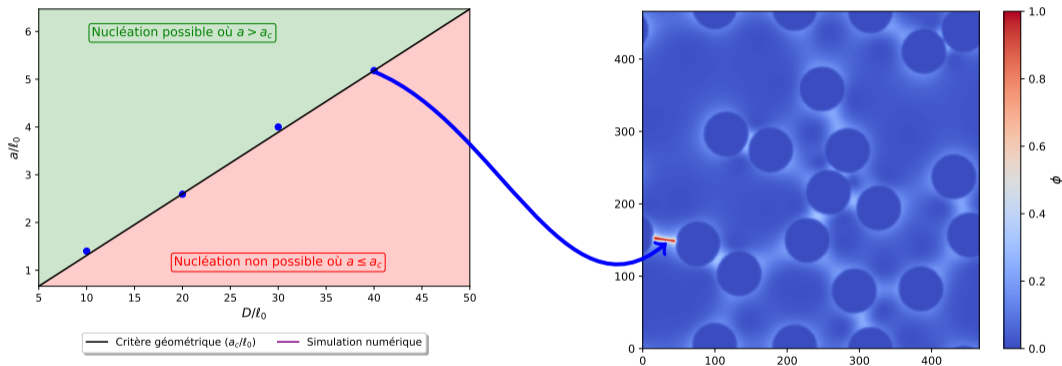
Critère de localisation géométrique pour l'approche en champ complet



Résultats pour la localisation des fissures entre 2 inclusions :

- Pour un l_0 , le modèle ne permet pas de localiser une fissure là où les inclusions sont proches ($a \leq a_c$)

Critère de localisation géométrique pour l'approche en champ complet



Résultats pour la localisation des fissures entre 2 inclusions :

- Pour un l_0 , le modèle ne permet pas de localiser une fissure là où les inclusions sont proches ($a \leq a_c$)
- ⇒ On peut, à partir d'une microstructure aléatoire, prédire le lieu d'amorçage des "premières fissures"

Effets de la microstructure sur le seuil de fissuration

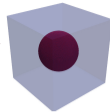
3 Effets de la microstructure sur le seuil de fissuration

- Cellules simplifiées en 3D : cas de l'inclusion sphérique
- Cellules complexes en 3D : distribution aléatoire d'inclusions et microstructure réelle

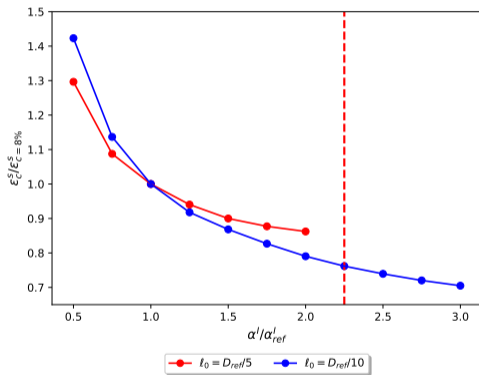
Effet de la fraction volumique et de la taille d'inclusion

$$D_{ref} = 19,73 \mu\text{m}$$

$$\alpha_{ref}^I = 10\%$$



Effet de fraction volumique :



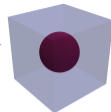
Effet de fraction volumique :

• $\alpha^I \nearrow \Rightarrow \varepsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

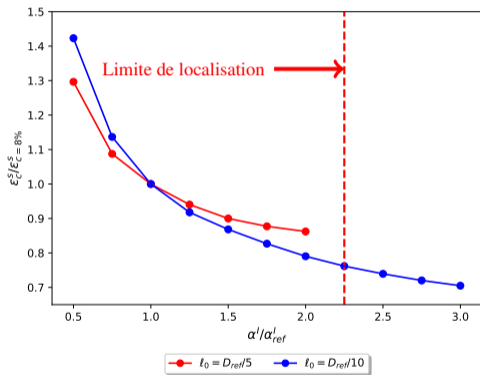
Effet de la fraction volumique et de la taille d'inclusion

$$D_{ref} = 19,73 \mu\text{m}$$

$$\alpha_{ref}^I = 10\%$$



Effet de fraction volumique :



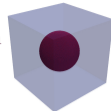
Effet de fraction volumique :

● $\alpha^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

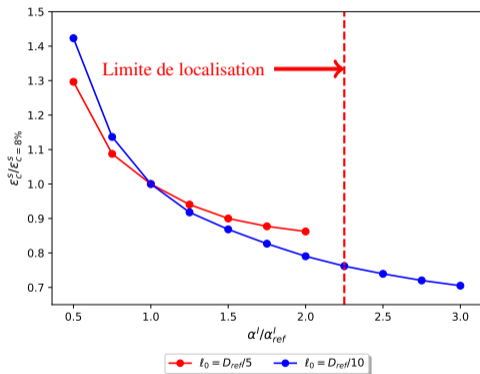
Effet de la fraction volumique et de la taille d'inclusion

$$D_{ref} = 19,73 \mu\text{m}$$

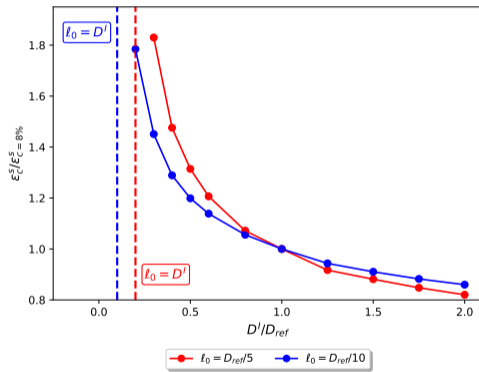
$$\alpha_{ref}^I = 10\%$$



Effet de fraction volumique :



Effet de taille :

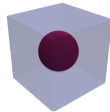


Effet de fraction volumique :

- $\alpha^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

Effet de taille :

- $D^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

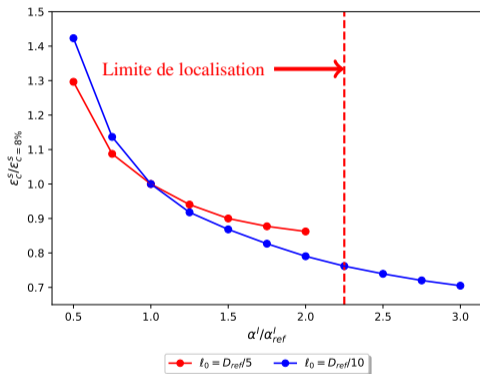


Effet de la fraction volumique et de la taille d'inclusion

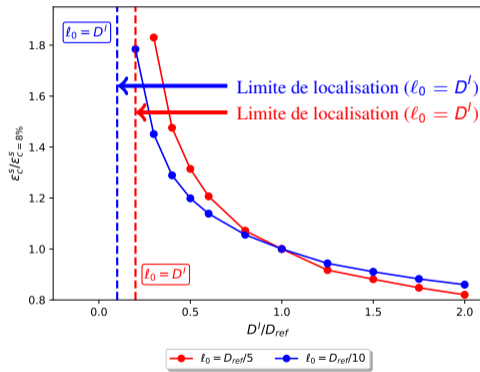
$$D_{ref} = 19,73 \mu\text{m}$$

$$\alpha^I_{ref} = 10\%$$

Effet de fraction volumique :



Effet de taille :



Effet de fraction volumique :

- $\alpha^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

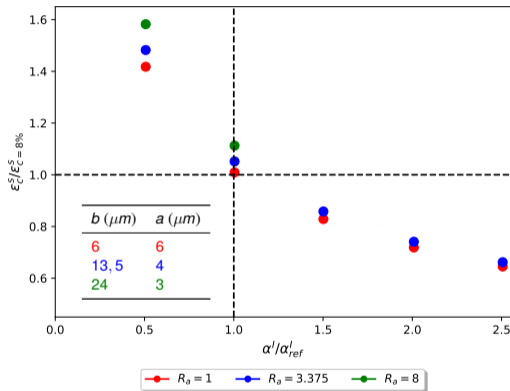
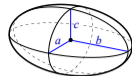
Effet de taille :

- $D^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

Effet de la fraction volumique et de la forme des inclusions

$$b \geq a$$

$$a = c$$



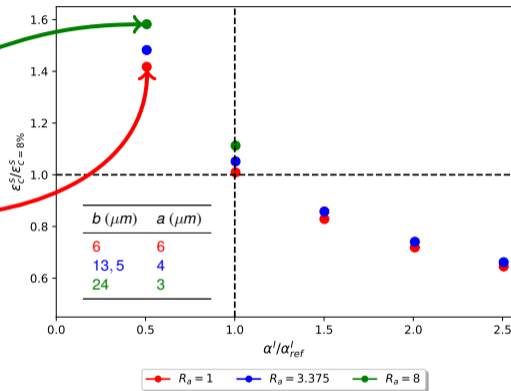
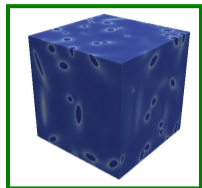
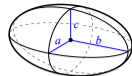
Résultats :

$$\alpha^l \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$$

Effet de la fraction volumique et de la forme des inclusions

$$b \geq a$$

$$a = c$$

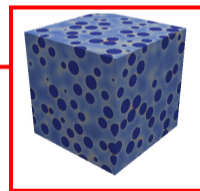
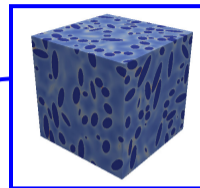
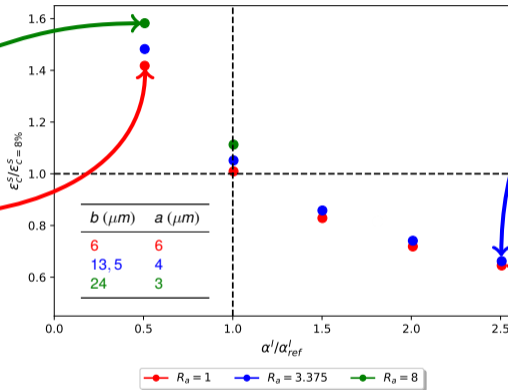
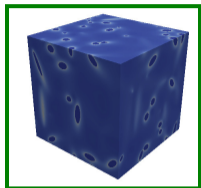
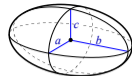


Résultats :

- Plus les inclusions seront allongées, plus l'amorçage sera tardif

Effet de la fraction volumique et de la forme des inclusions

$b \geq a$
 $a = c$



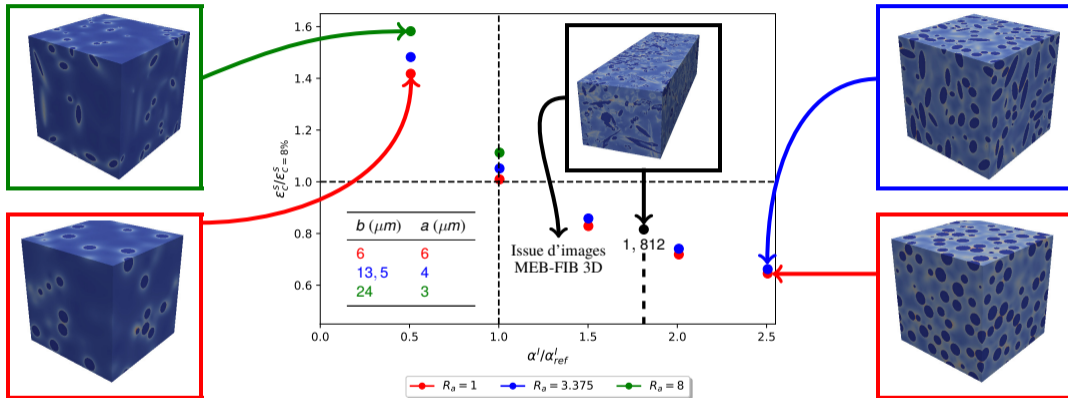
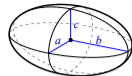
Résultats :

- Plus les inclusions seront allongées, plus l'amorçage sera tardif
- L'effet de forme est atténué quand la fraction volumique ↗

Effet de la fraction volumique et de la forme des inclusions

$$b \geq a$$

$$a = c$$



Résultats :

- Plus les inclusions seront allongées, plus l'amorçage sera tardif
- L'effet de forme est atténué quand la fraction volumique ↗

Conclusions et Perspectives

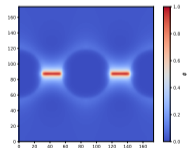
4 Conclusions et Perspectives

- Bilan des approches
- Bilan des résultats
- Perspectives

Bilan des approches

Approche en champ complet (G_c, l_0)

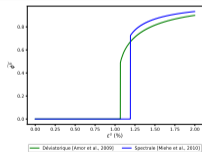
- ✓ Taille des inclusions
- ✓ Contraste mécanique
- ✓ Fraction volumique
- ✓ Forme des inclusions
- ✓ Distance entre inclusions



Approche globale simplifiée (w_1)

- ✗ Taille des inclusions
- ✓ Contraste mécanique
- ✓ Fraction volumique
- ✓ Forme des inclusions
- ✗ Distance entre inclusions

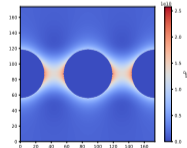
$$\sim l_0 \rightarrow +\infty$$



Approche locale simplifiée (w_1)

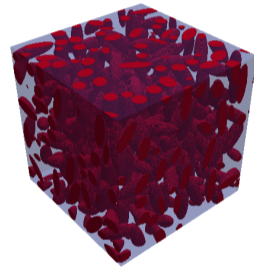
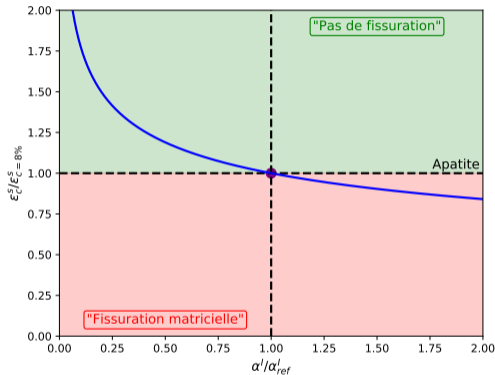
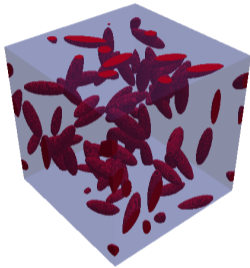
- ✗ Taille des inclusions
- ✓ Contraste mécanique
- ✓ Fraction volumique
- ✓ Forme des inclusions
- ✓ Distance entre inclusions

$$\sim l_0 \rightarrow 0$$



Temps de calcul

Bilan des résultats

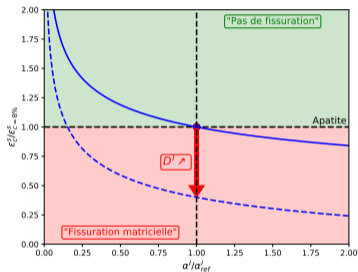


Effet de la fraction volumique d'inclusions :

- $\alpha^I \nearrow \Rightarrow \varepsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)
- Intimement lié à la distance moyenne entre les inclusions \bar{a} ($\bar{a} \searrow$ quand $\alpha^I \nearrow$)

Bilan des résultats

Effet de taille :

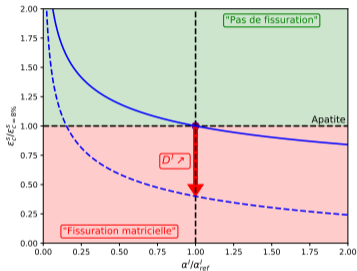


Effets de la microstructure et du contraste mécanique :

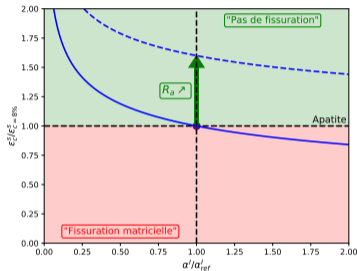
- $D^l \nearrow \Rightarrow \varepsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

Bilan des résultats

Effet de taille :



Effet de forme :

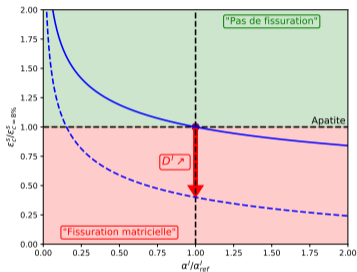


Effets de la microstructure et du contraste mécanique :

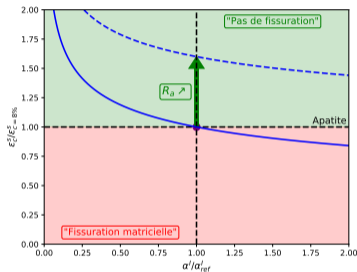
- $D^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \searrow$ (fissuration plus précoce)
- $R_a \nearrow \Rightarrow \epsilon_c^S \nearrow$ (fissuration plus tardive)

Bilan des résultats

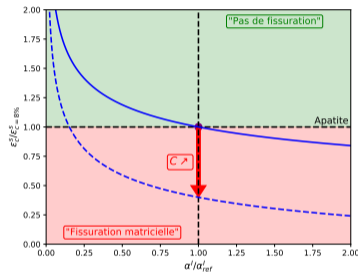
Effet de taille :



Effet de forme :



Effet du contraste :



Effets de la microstructure et du contraste mécanique :

- $D^I \nearrow \Rightarrow \epsilon_C^S \searrow$ (fissuration plus précoce)
- $R_a \nearrow \Rightarrow \epsilon_C^S \nearrow$ (fissuration plus tardive)
- $C \nearrow \Rightarrow \epsilon_C^S \searrow$ (fissuration plus précoce)

Perspectives

Gonflement critique

Application des différentes approches sur d'autres microstructures :

- Construire des microstructures virtuelles
- Comparer les différentes microstructures

Surface fissurée

Estimation de la surface fissurée :








- La propagation de fissures dépend de G_c
 - G_c perd son côté "réaliste" pour une faisabilité numérique (à cause de l_0)
- ⇒ Stage de M2 au CEA Paris-Saclay (mars 2024)

Données expérimentales








Acquisition de données supplémentaires :

- Conforter les hypothèses sur les propriétés matériaux (E , ν)
- Mesures expérimentales de G_c à l'échelle de la microstructure








Références I

-  AMOR, Hanen, Jean-Jacques MARIGO et Corrado MAURINI (2009). « Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 57.8, p. 1209-1229.
-  BOURCIER, C, W DRIDI, L CHOMAT, E LAUCOIN, B BARY et E ADAM (2014). « Combs : open source python library for RVE generation. Application to microscale diffusion simulations in cementitious materials ». In : *SNA+ MC 2013-Joint International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications+ Monte Carlo*. EDP Sciences, p. 02107.
-  BOURDIN, Blaise, Gilles A FRANCFORT et Jean-Jacques MARIGO (2000). « Numerical experiments in revisited brittle fracture ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48.4, p. 797-826 (cf. p. 9-14).
-  CHEN, Yang, Dmytro VASIUKOV, Lionel GÉLÉBART et Chung Hae PARK (2019). « A FFT solver for variational phase-field modeling of brittle fracture ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 349, p. 167-190 (cf. p. 12-14).
-  DE LORENZIS, Laura et Corrado MAURINI (2022). « Nucleation under multi-axial loading in variational phase-field models of brittle fracture ». In : *International Journal of Fracture* 237.1, p. 61-81 (cf. p. 20-23).
-  DUSSOSSOY, J.L (2001). « Glass Booklet ». In : *SCDV/NT/2001-15*.
-  ERNESTI, Felix, Matti SCHNEIDER et Thomas BÖHLKE (2020). « Fast implicit solvers for phase-field fracture problems on heterogeneous microstructures ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 363, p. 112793 (cf. p. 9-11).

Références II

-  FEUGUEUR, Gérald, Lionel GÉLÉBART, Corrado MAURINI, Sandrine MIRO et Christophe BOURCIER (2022). « Simulation numérique par FFT de la fissuration des matériaux hétérogènes à inclusions gonflantes ». In : *CFM-Congrès français de mécanique* (cf. p. 23).
-  GAUTHIER, Vincent (2021). « Modélisation de l'endommagement dans les milieux hétérogènes élastiques fragiles ». Thèse de doct. Aix-Marseille (cf. p. 15-19).
-  GÉLÉBART, Lionel et Franck OUAKI (2015). « Filtering material properties to improve FFT-based methods for numerical homogenization ». In : *Journal of Computational Physics* 294, p. 90-95 (cf. p. 23).
-  GERASIMOV, Tymofiy et Laura DE LORENZIS (2019). « On penalization in variational phase-field models of brittle fracture ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 354, p. 990-1026 (cf. p. 12-14).
-  KABEL, Matthias, Dennis MERKERT et Matti SCHNEIDER (2015). « Use of composite voxels in FFT-based homogenization ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 294, p. 168-188.
-  MA, Xiao (2022). « The elastic and damage modeling of heterogeneous materials based on the Fast Fourier Transform method ». Thèse de doct. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Lille Douai (cf. p. 27).
-  MIEHE, Christian, Fabian WELSCHINGER et Martina HOFACKER (2010). « Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 83.10, p. 1273-1311.

Références III

-  MIRO, S, N SELLAMI, P CHEVREUX, G JOUAN, M TRIBET, C JÉGOU, I BARDEZ-GIBOIRE et S PEUGET (2023). « Monitoring of alpha-decay radiation damage in a 241Am-doped glass-ceramic material ». In : *Journal of Nuclear Materials*, p. 154397.
-  PHAM, Kim, Hanen AMOR, Jean-Jacques MARIGO et Corrado MAURINI (2011). « Gradient damage models and their use to approximate brittle fracture ». In : *International Journal of Damage Mechanics* 20.4, p. 618-652.
-  SELLAMI, N, S MIRO, P CHEVREUX, S PEUGET, A BOULLE et L GÉLÉBART (2020). « Étude du comportement sous irradiation de phases cristallines présentes dans les vitrocéramiques : influence de la microstructure sur la tenue mécanique du matériau ». In : *SEVT/NT/2020-32*.
-  WANG, L (2012). « Micromechanical experimental investigation and modelling of strain and damage of argillaceous rocks under combined hydric and mechanical loads ». Thèse de doct. Ecole Polytechnique X (cf. p. 27).
-  WANG, L, A POUYA, Michel BORNERT et B HALPHEN (2014). « Modelling the internal stress field in argillaceous rocks under humidification/desiccation ». In : *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 38.16, p. 1664-1682 (cf. p. 27).
-  WEBER, W.J, Rodney C EWING, CRA CATLOW, T Diaz DE LA RUBIA, Linn W HOBBS, C KINOSHITA, AT MOTTA, M NASTASI, EKH SALJE, ER VANCE et al. (1998). « Radiation effects in crystalline ceramics for the immobilization of high-level nuclear waste and plutonium ». In : *Journal of Materials Research* 13.6, p. 1434-1484 (cf. p. 3-6).
-  WEBER, W.J, R.P TURCOTTE, L.R BUNNELL, F.P ROBERTS et J.H WESTSIK JR (1979). « Radiation effects in vitreous and devitrified simulated waste glass ». In : (cf. p. 3-6).

Références IV



WRIGGERS, Peter et SO MOFTAH (2006). « Mesoscale models for concrete : Homogenisation and damage behaviour ». In : *Finite elements in analysis and design* 42.7, p. 623-636.