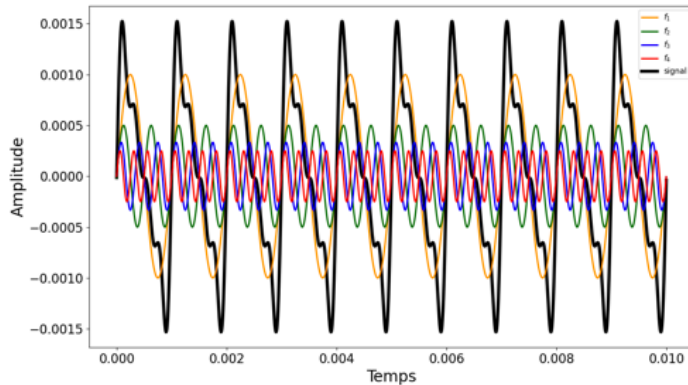


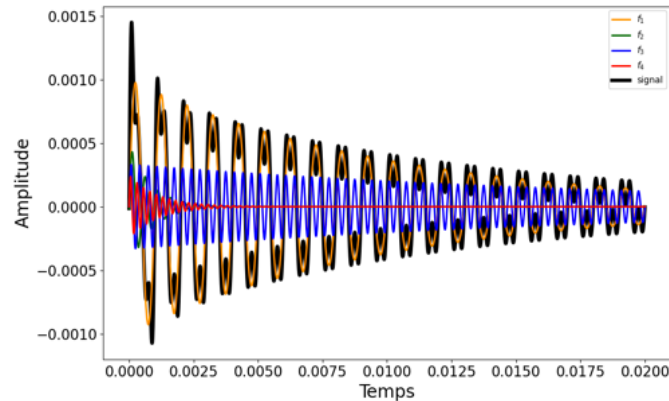
Quel est le son émis?

=fréquences, amplitudes, durées

Amplitude: $A_i \propto \frac{1}{f_i}$



$$signal(t) = \sum_i A_i \times \sin(2\pi f_i \times t + \varphi_i)$$



$$signal(t) = \sum_i A_i \times \sin(2\pi f_i \times t + \varphi_i) \times \exp(-\alpha_i \times t)$$

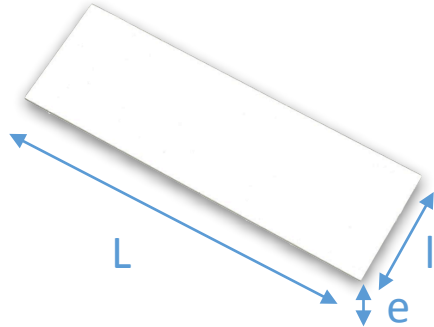
$\alpha_i =$ amortissement externe + amortissement interne

air, support

matériau

Pas propre au matériau





Approximation (Bernoulli)

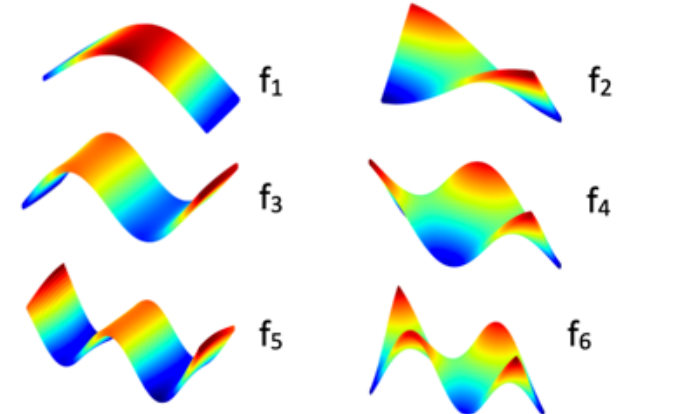
Flexion

$$f_i \sim k_i^2 \frac{e}{L^2} \times \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{Module de Young}$$

$$\cos(k) \times \cosh(k) - 1 = 0$$

Torsion

$$f_i \sim w_i \frac{1}{L^2} \times \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad \text{Module de cisaillement}$$



Flexion

$$f_i = g_i(\nu, L, l, e) \times \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

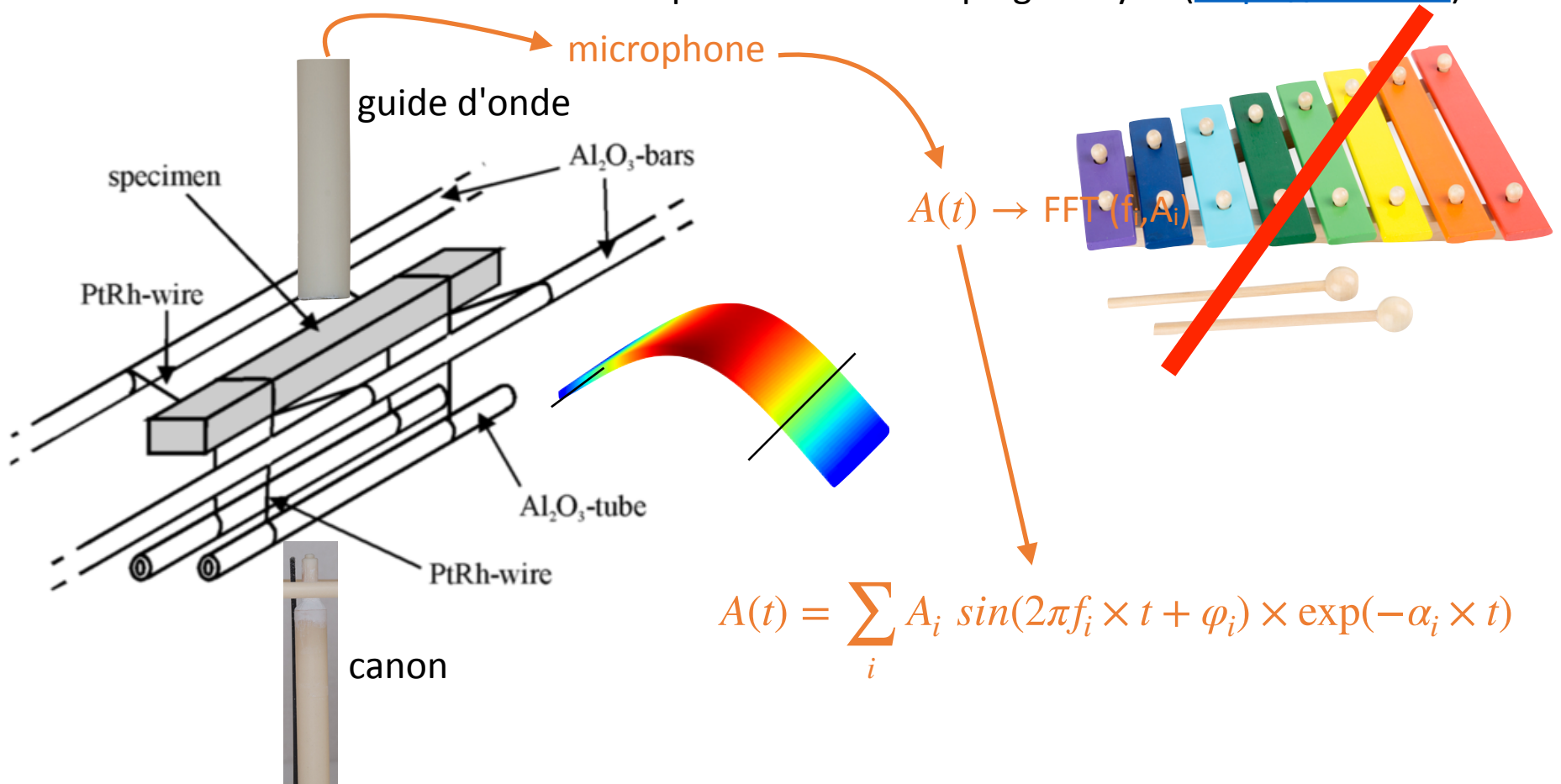
Torsion

$$f_i = h_i(\nu, L, l, e) \times \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

2 fréquences, 2 modules... impossible de déterminer ρ ... sur-information?

1-Fréquences et élasticité

RFDA: Resonance Frequencies and Damping Analysis (<https://imce.eu>)



$$A(t) = \sum_i A_i \sin(2\pi f_i \times t + \varphi_i) \times \exp(-\alpha_i \times t)$$

G. Roebben, B Bollen, A Brebels, J. Van Humbeeck & O.Van der Biest. Impulse excitation apparatus to measure resonant frequencies, elastic moduli, and internal friction at room and high temperature. Review of scientific instruments, vol. 68, no. 12, pages 4511–4515, 1997

Détermination des modules (logiciel):

formules RFDA: $E = 0.9465 \left(\frac{M \times f_1^2}{e} \right) \left(\frac{L}{l} \right)^3 T(\nu)$

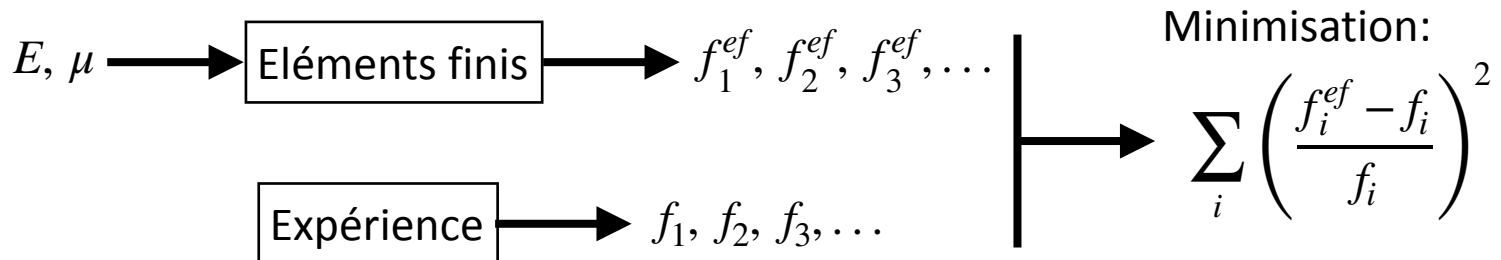
1 flexion: E
1 torsion: μ 2 fréquences utilisés

$T(\nu)$ facteur de correction empirique

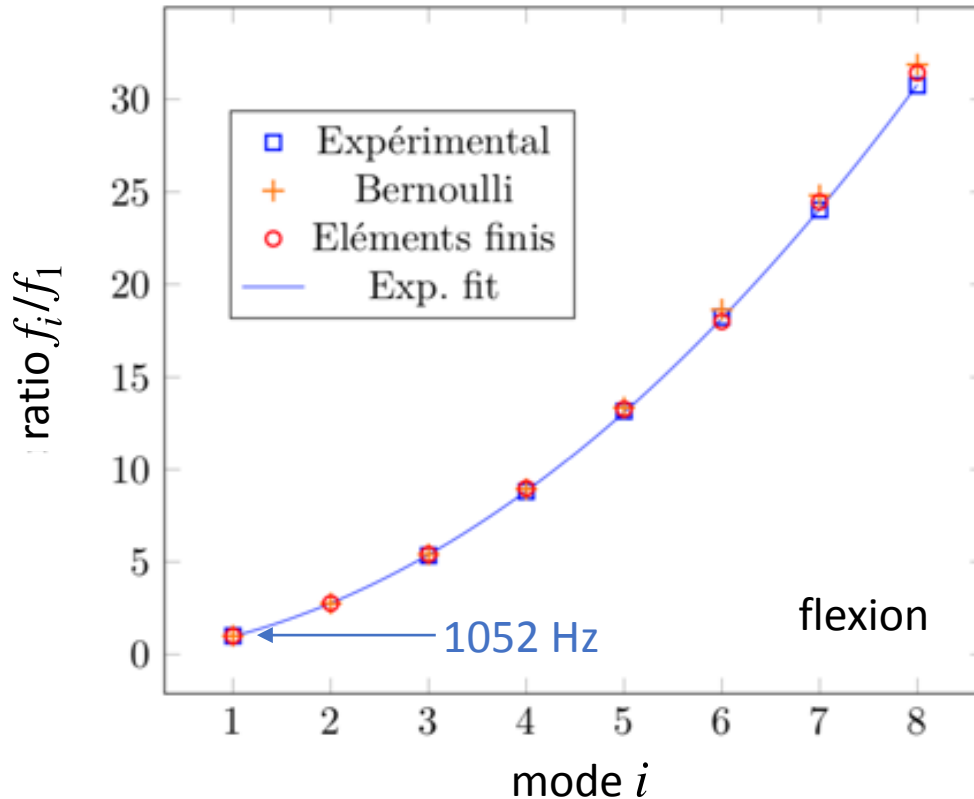
Détermination des modules (notre méthode):

Identification par analyse inverse:

Toutes les fréquences mesurées utilisées



A température ambiante: *amortissement interne faible*



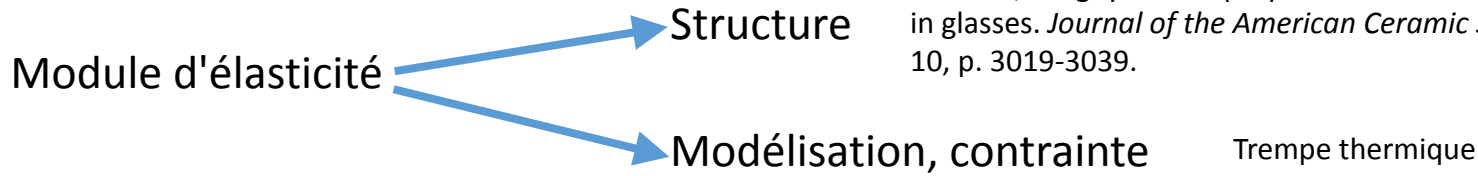
$$76.0 \pm 0.5 \times 3.844 \pm 0.06 \times 1.103 \pm 0.002 \text{mm}^3$$

Aucun effet de l'amortissement de l'air ou des fils sur les fréquences mesurées

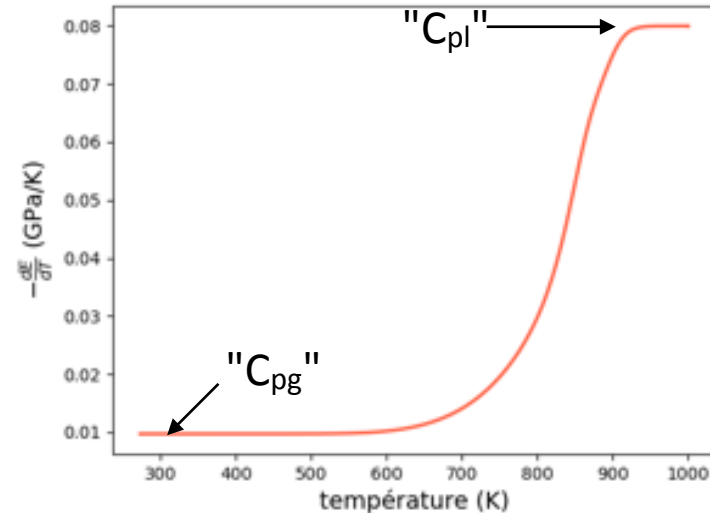
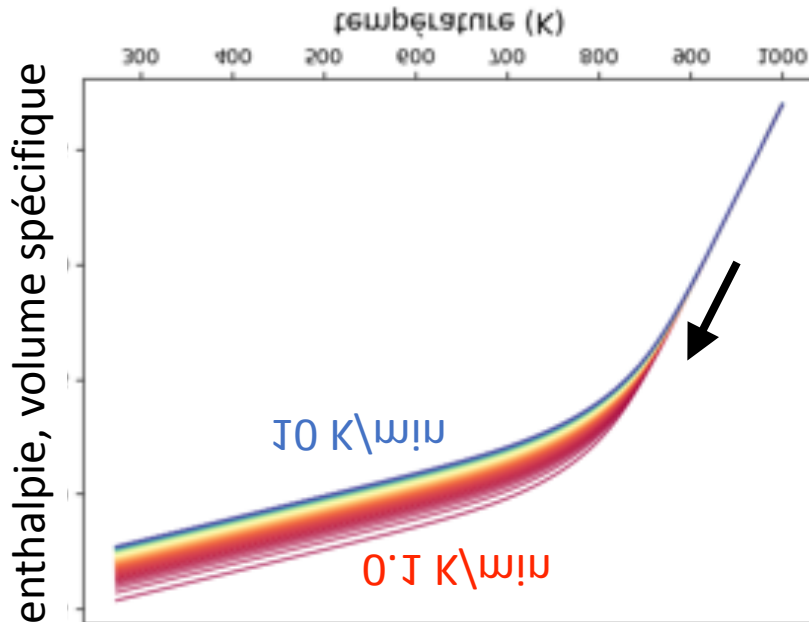
Incertitude sur les fréquences:
<0,35%

Principales sources d'erreur:
géométrie, masse volumique

Pourquoi s'intéresser à l'élasticité en température?



ROUXEL, Tanguy. Elastic properties and short-to medium-range order in glasses. *Journal of the American Ceramic Society*, 2007, vol. 90, no 10, p. 3019-3039.



Pourquoi s'intéresser à l'élasticité en température?

$$E \leftrightarrow \Delta H, \frac{dE}{dT} \leftrightarrow C_p$$

$$C_p(T) = \frac{dT_f(T)}{dT} (C_{pl}(T) - C_{pg}(T)) + C_{pg}(T)$$

Mary Ann DeBolt, Allan J Easteal, Pedro B Macedo et Cornelius T Moynihan. *Analysis of structural relaxation in glass using rate heating data*. Journal of the American Ceramic Society, vol. 59, no. 1-2, pages 16–21, 1976

$$\frac{dE(T, T_f)}{dT} = \frac{dT_f}{dT} \left(\frac{dE_l}{dT} - \frac{dE_g}{dT} \right) + \frac{dE_g}{dT}$$

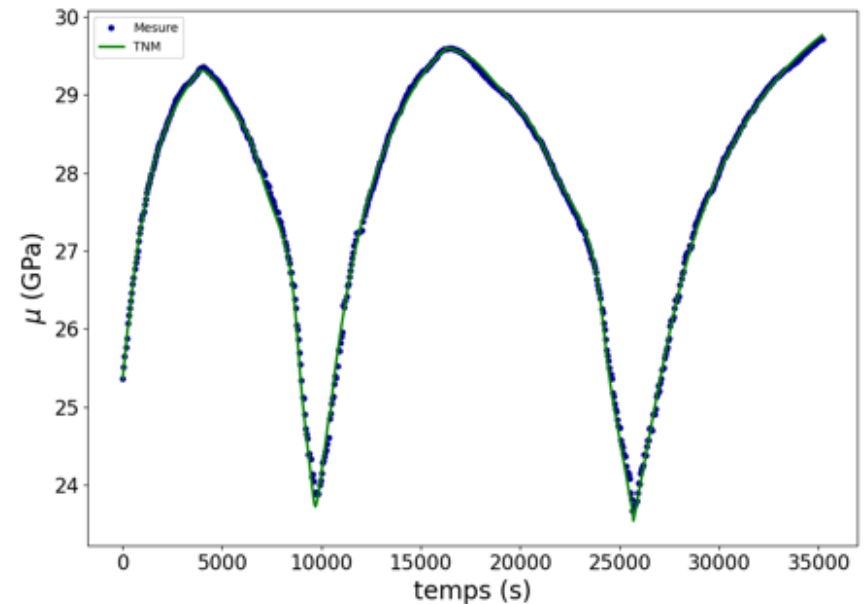
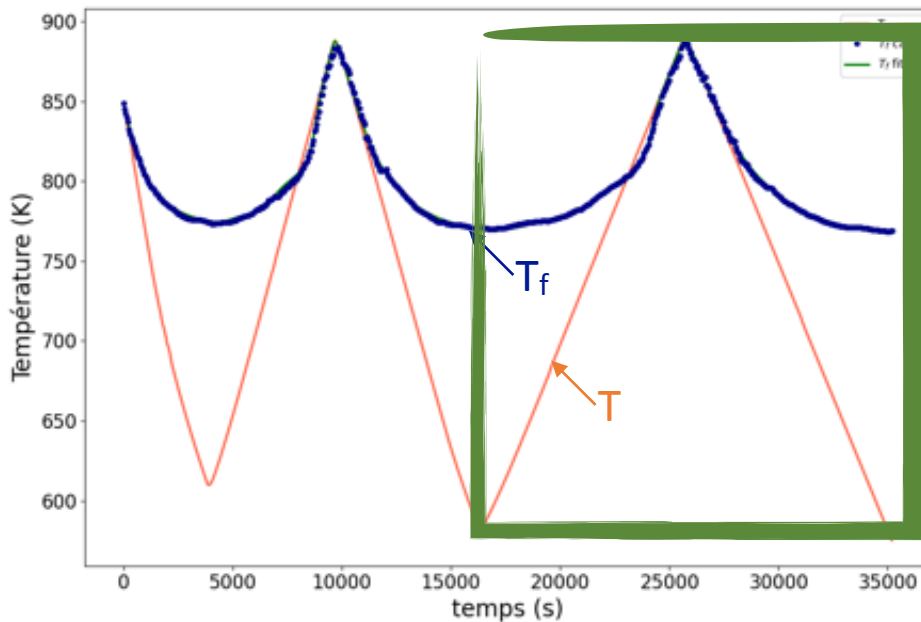
$$a_l = \frac{dE_l}{dT}, a_g = \frac{dE_g}{dT}$$

$$T_f(t_k) = \frac{E(t_k) - E(t_{k-1}) - a_g \times [T(t_k) - T(t_{k-1})]}{a_l - a_g} + T_f(t_{k-1})$$

k : pas de temps

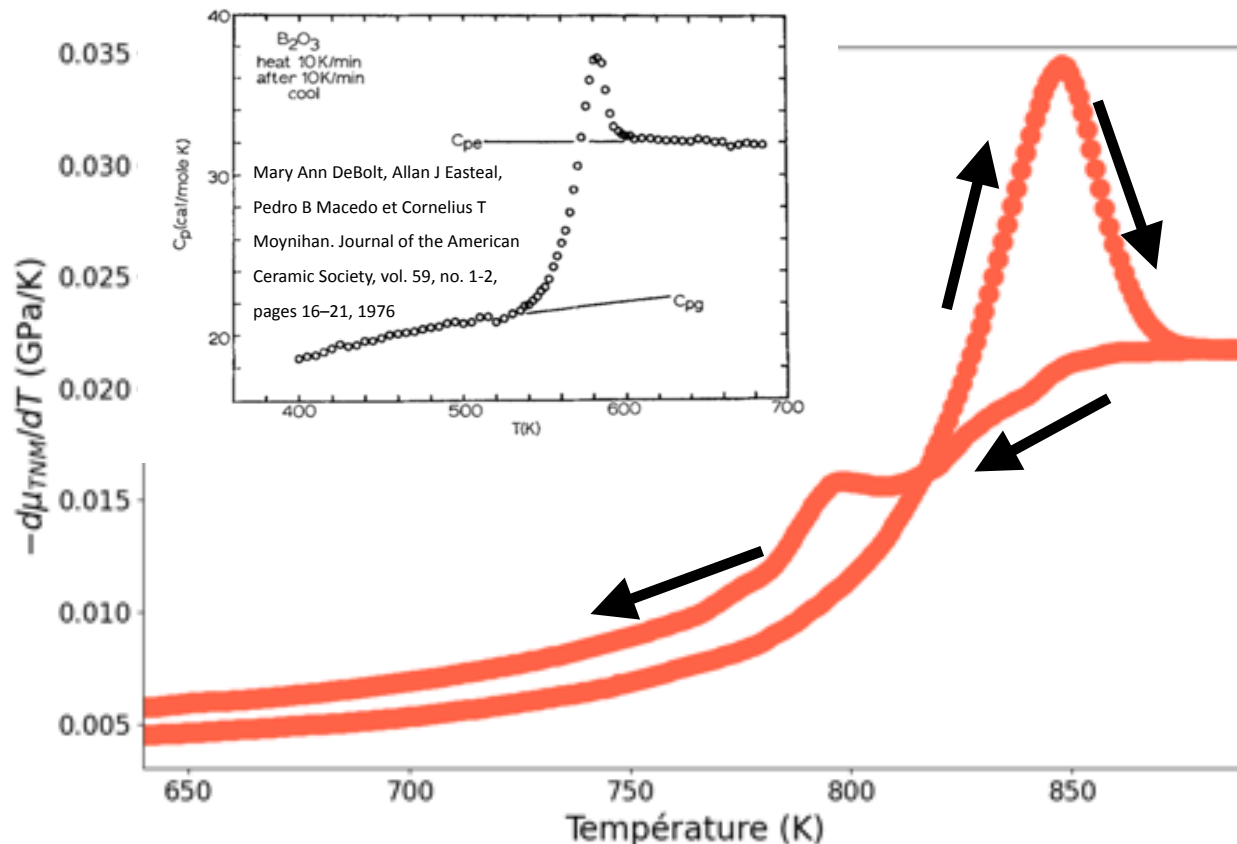
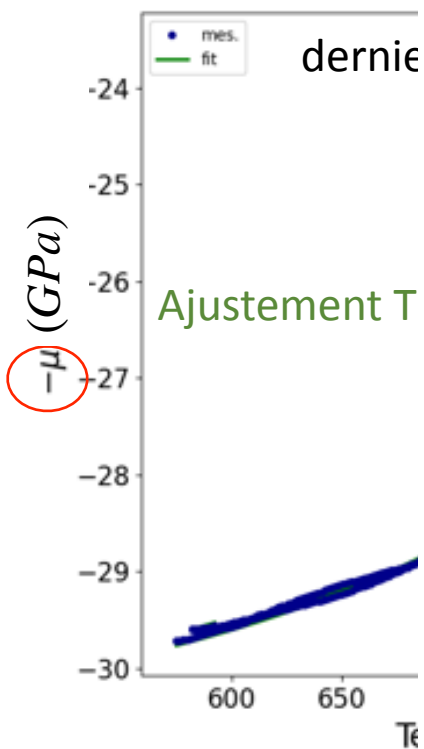
Exemple: SiO_2 : 75,1%; Na_2O : 9,6%; CaO : 8,5%; MgO : 5,8%; Al_2O_3 : 0,5%; K_2O : 0,5%

$76.12 \times 25.96 \times 1.127 \text{ mm}^3$ $2.472 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$



$$T_f(t_k) = \frac{\mu(t_k) - \mu(t_{k-1}) - a_g \times (T(t_k) - T(t_{k-1}))}{a_l - a_g} + T_f(t_{k-1})$$

Exemple: SiO_2 : 75,1%; Na_2O : 9,6%; CaO : 8,5%; MgO : 5,8%; Al_2O_3 : 0,5%; K_2O : 0,5%



1 f_i, A_i, α_i 2

Pour simplifier: *on oublie l'amortissement externe (air, fil)*

Amortissement interne, origine? *Mobilités atomiques (dont relaxation β)*

Temps caractéristique: $\tau(T)$

$$A_i \times \sin(2\pi f_j \times t) \times \exp(-\alpha_i \times t) \rightarrow A_i \times \sin(2\pi f_{ai} \times t) \times \exp(-\alpha_i \times t)$$

~~fréquence naturelle~~

fréquence amortie $f_{ai} \propto \sqrt{\mu}$

● Modèle simple (Maxwell):

$$f_i^2 = f_{ai}^2 + \frac{\alpha_i^2}{4\pi^2} \propto \frac{\mu}{\rho}$$

mesurés

$$\alpha_i = \frac{1}{2\tau}$$

Ne fonctionne pas du tout!

● Modèle viscoélastique général: distribution de temps de relaxation: ρ_j, τ_j

$$2\pi f_i = \omega_i = \sqrt{\frac{-s^2}{\varphi(s)}} \propto \frac{\mu}{\rho}$$

$$\varphi(s) = \sum_{j=1}^N \frac{s \times \rho_j}{s + \frac{1}{\tau_j}}$$

$$Re(s) = -\alpha_i$$

$$Im(s) = \pm \omega_{ai} = \pm 2\pi f_{ai}$$

1-Amortissements et viscoélasticité

Modèle viscoélastique général: distribution de temps de relaxation: ρ_j, τ_j

Comment trouver f_i ?

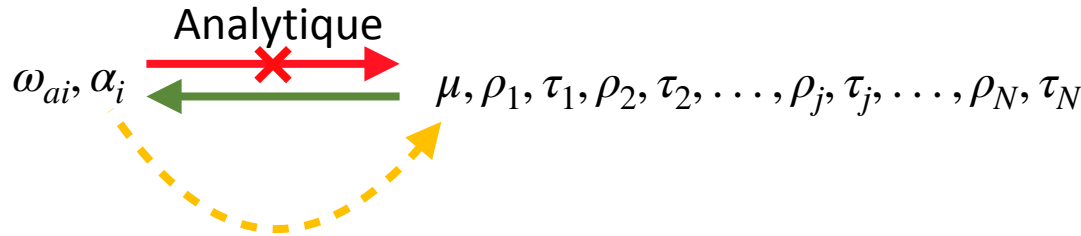
$$2\pi f_i = \omega_i = \sqrt{\frac{-s^2}{\varphi(s)}} \propto \frac{\mu}{\rho}$$

à trouver pour avoir μ

$$\varphi(s) = \sum_{j=1}^N \frac{s \times \rho_j}{s + \frac{1}{\tau_j}}$$

$$\begin{aligned} \text{Re}(s) &= -\alpha_i \text{ mesurés} \\ \text{Im}(s) &= \pm \omega_{ai} = \pm 2\pi f_{ai} \end{aligned}$$

comment les identifier?



Approximation:

$$\frac{2\alpha_i}{\omega_{ai}} \sim \frac{G''(\omega_{ai})}{G'(\omega_{ai})} = \frac{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j \omega_{ai}}{1 + \tau_j^2 \omega_{ai}^2}}{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j^2 \omega_{ai}^2}{1 + \tau_j^2 \omega_{ai}^2}}$$

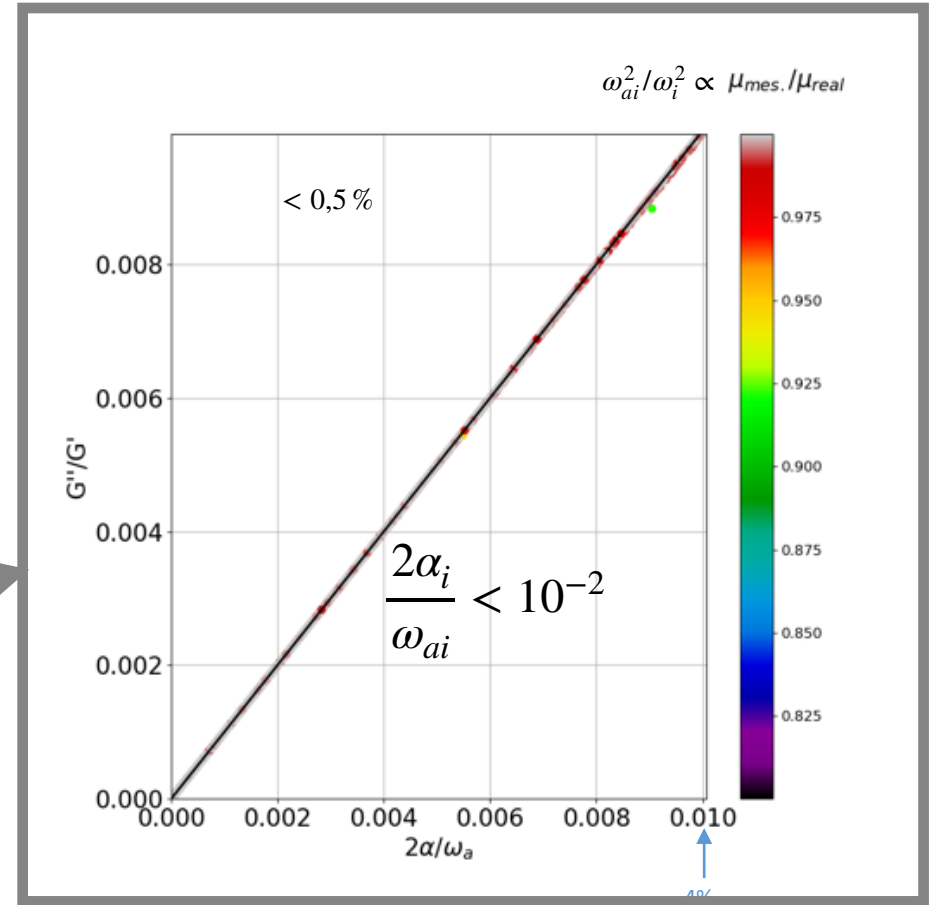
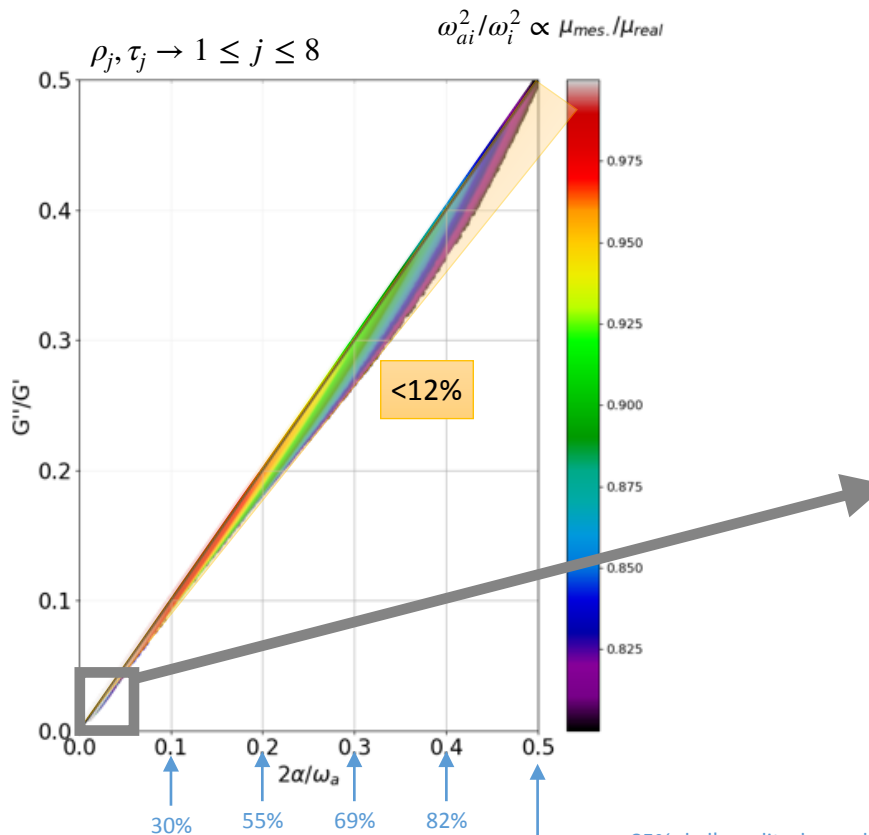
x simulations

Simulations:

$$\mu, L, l, e, \rho_j, \tau_j \rightarrow \omega_i, s \rightarrow \omega_{ai}, \alpha_i \rightarrow \frac{2\alpha_i}{\omega_{ai}}$$

$x = 10^6$ simulations

$$\frac{2\alpha_i}{\omega_{ai}} \sim \frac{G''(\omega_{ai})}{G'(\omega_{ai})}$$



85% de l'amplitude perdue à la seconde oscillation

1-Amortissements et viscoélasticité

Mesures: $f_{ai}(T), \alpha_i(T) \longrightarrow$ Ajustement de $\alpha_i(T) \longrightarrow$ distribution de temps de relaxation et dépendance en température

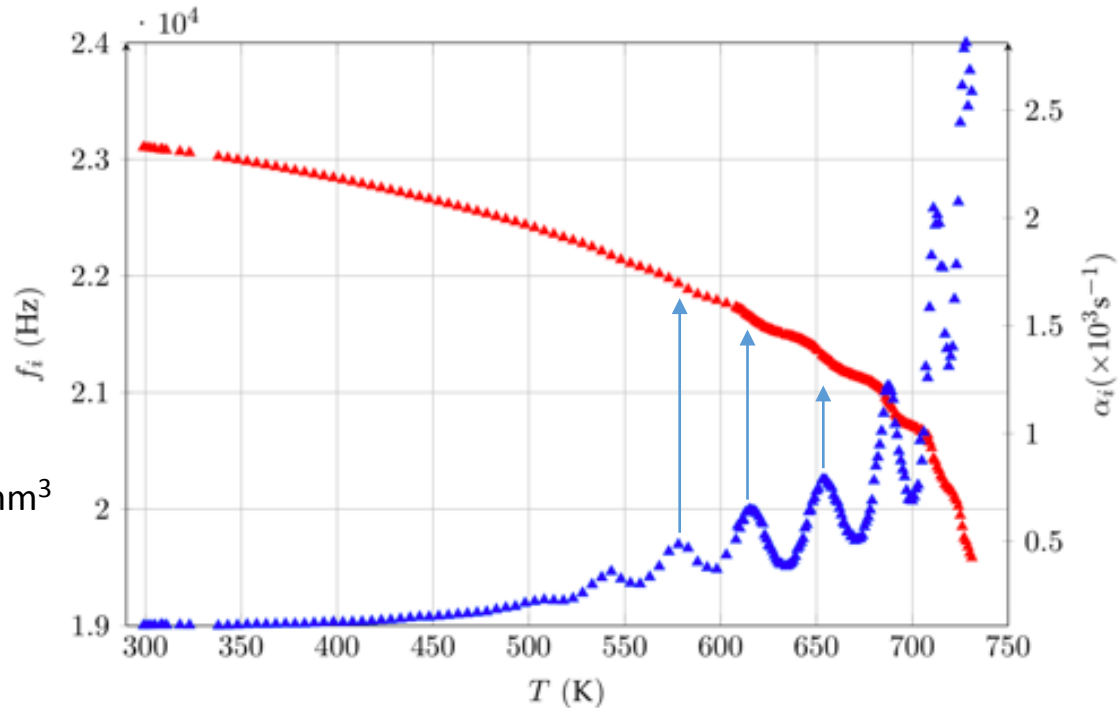
$\tau_j(T) = \tau_{0j} \exp\left(\frac{Q_j}{RT}\right)$
 ρ_j, τ_{0j}, Q_j

$\mu(T) \longleftarrow 2\pi f_i(T) = \sqrt{\frac{-s^2(T)}{\varphi(s(T))}} \longleftarrow$ relaxance: $\varphi(s(T)) \longleftarrow$

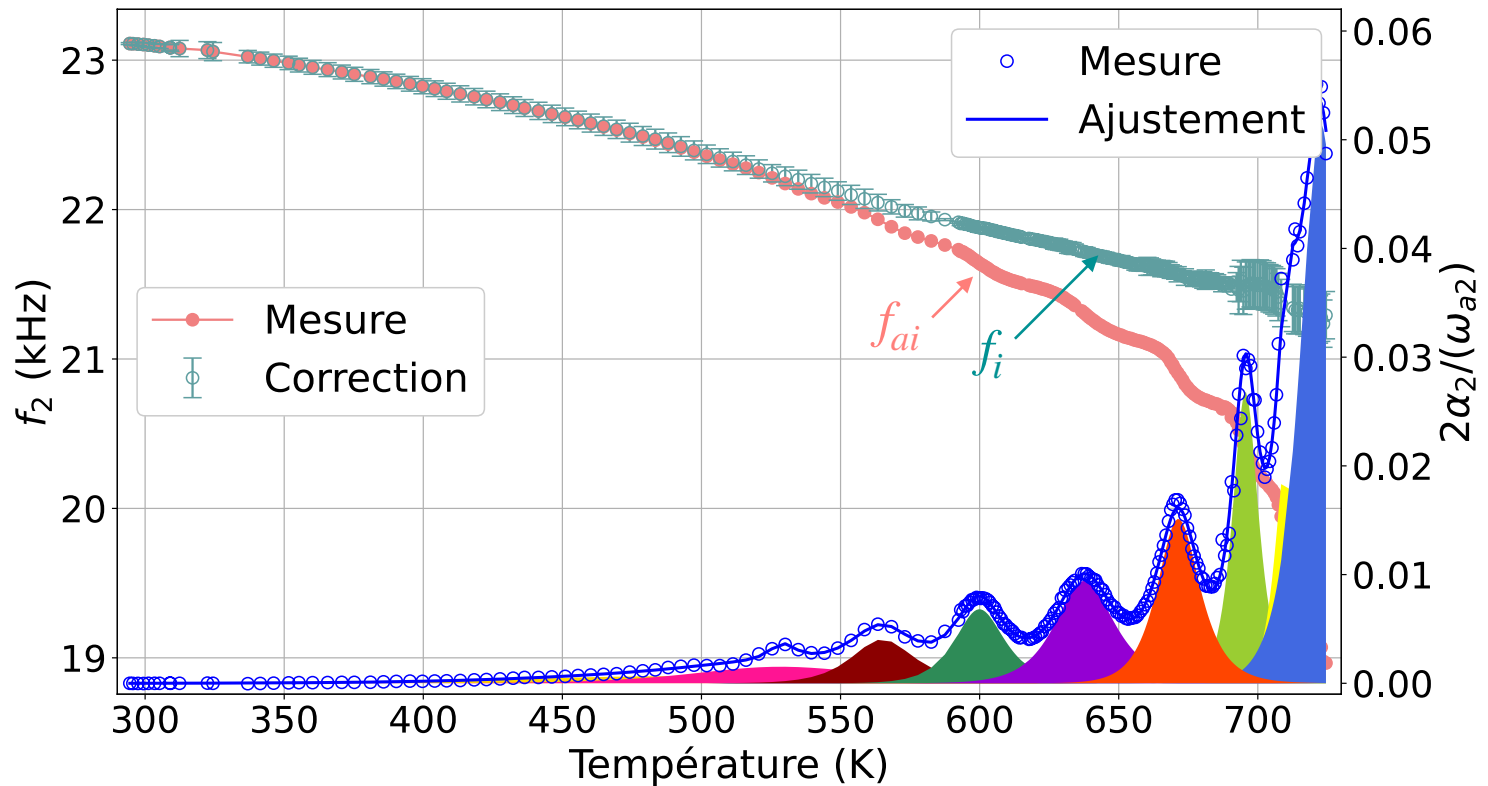
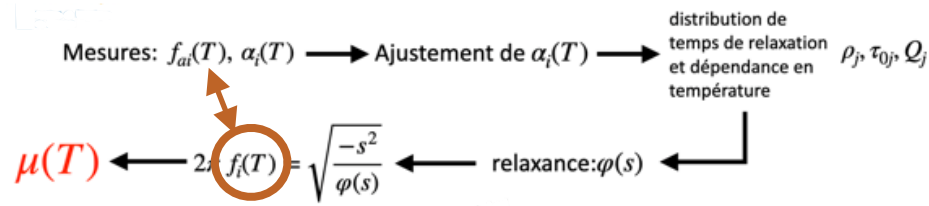
Est-ce nécessaire?

La différence entre f_{ai} et f_i est-elle si grande?

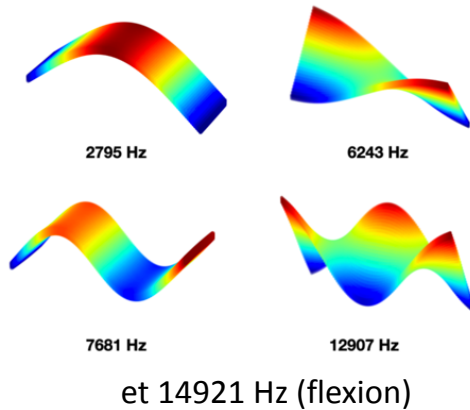
NaCa(PO₃)₃
35.74 ± 0.02 × 13.91 ± 0.02 × 4.96 ± 0.02 mm³
torsion



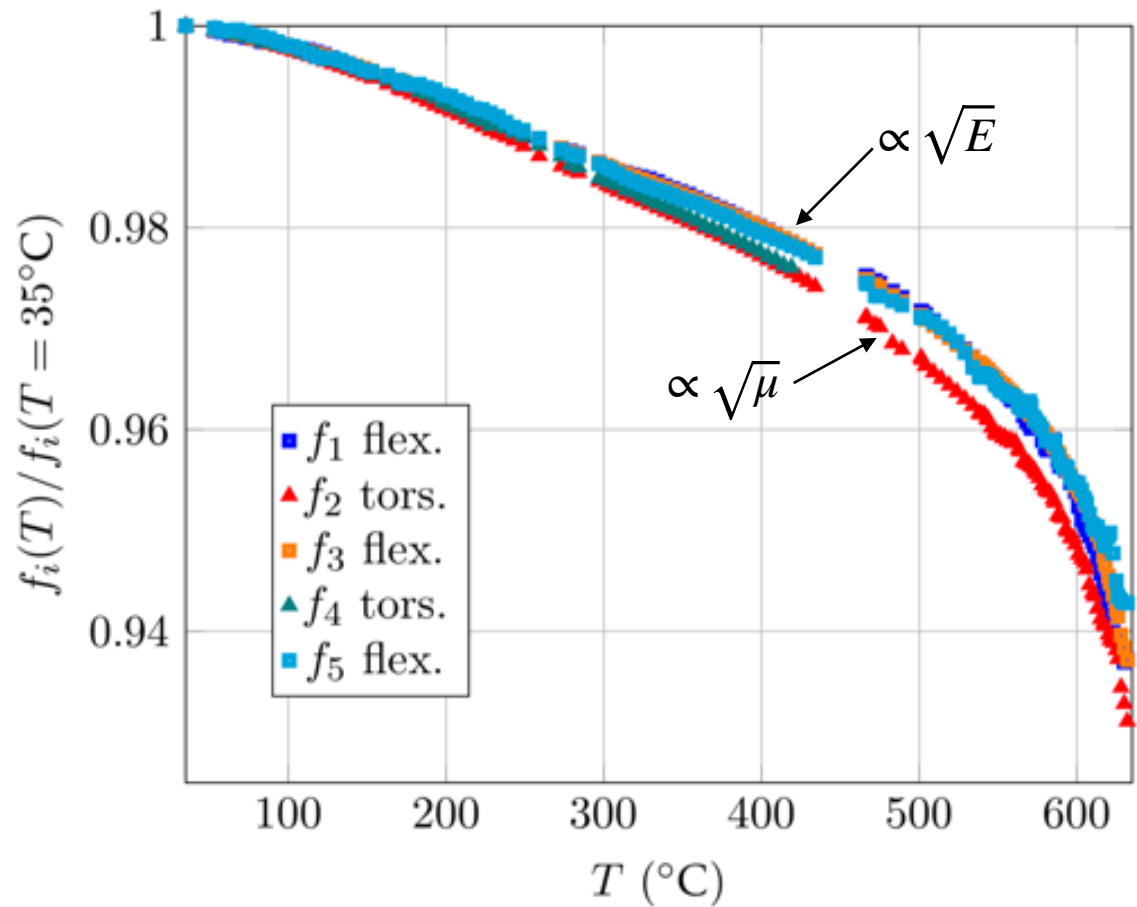
1-Amortissements et viscoélasticité



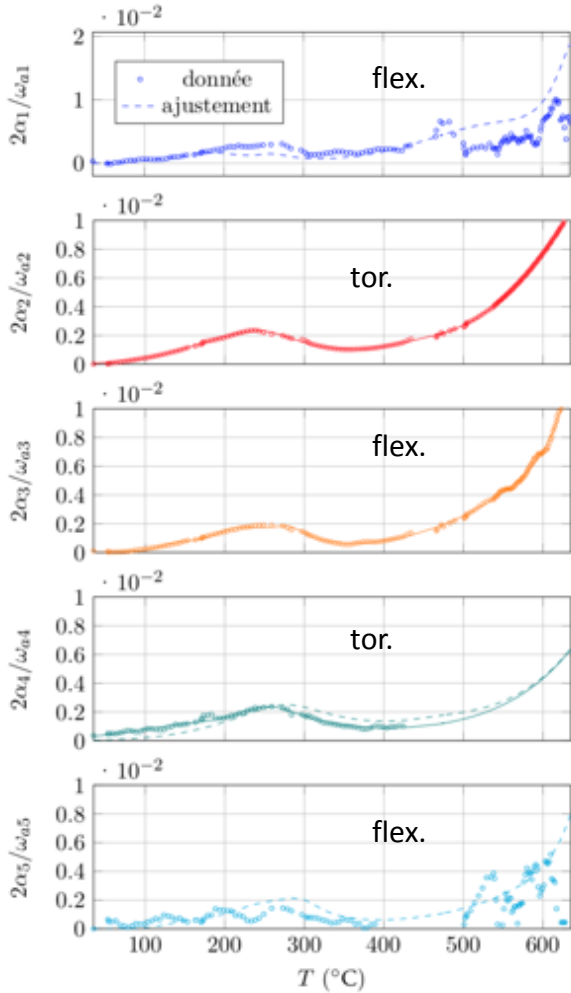
75.32±0.02×20.25±0.02×2.89±0.02 mm³;
 masse volumique 2.496±0.005g.cm⁻³



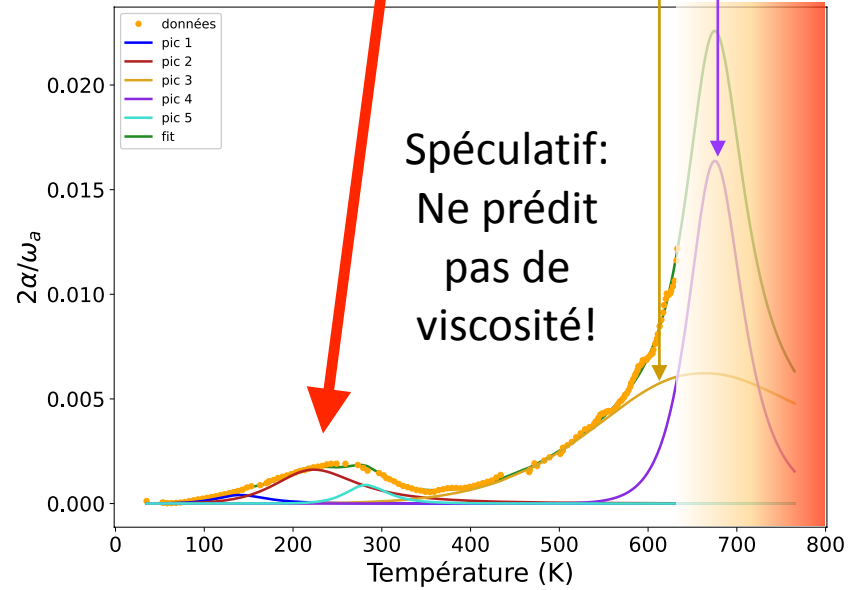
$f_i/f_i(T_{ref})$ ne se superposent pas parfaitement: affectés par leurs amortissements respectifs.



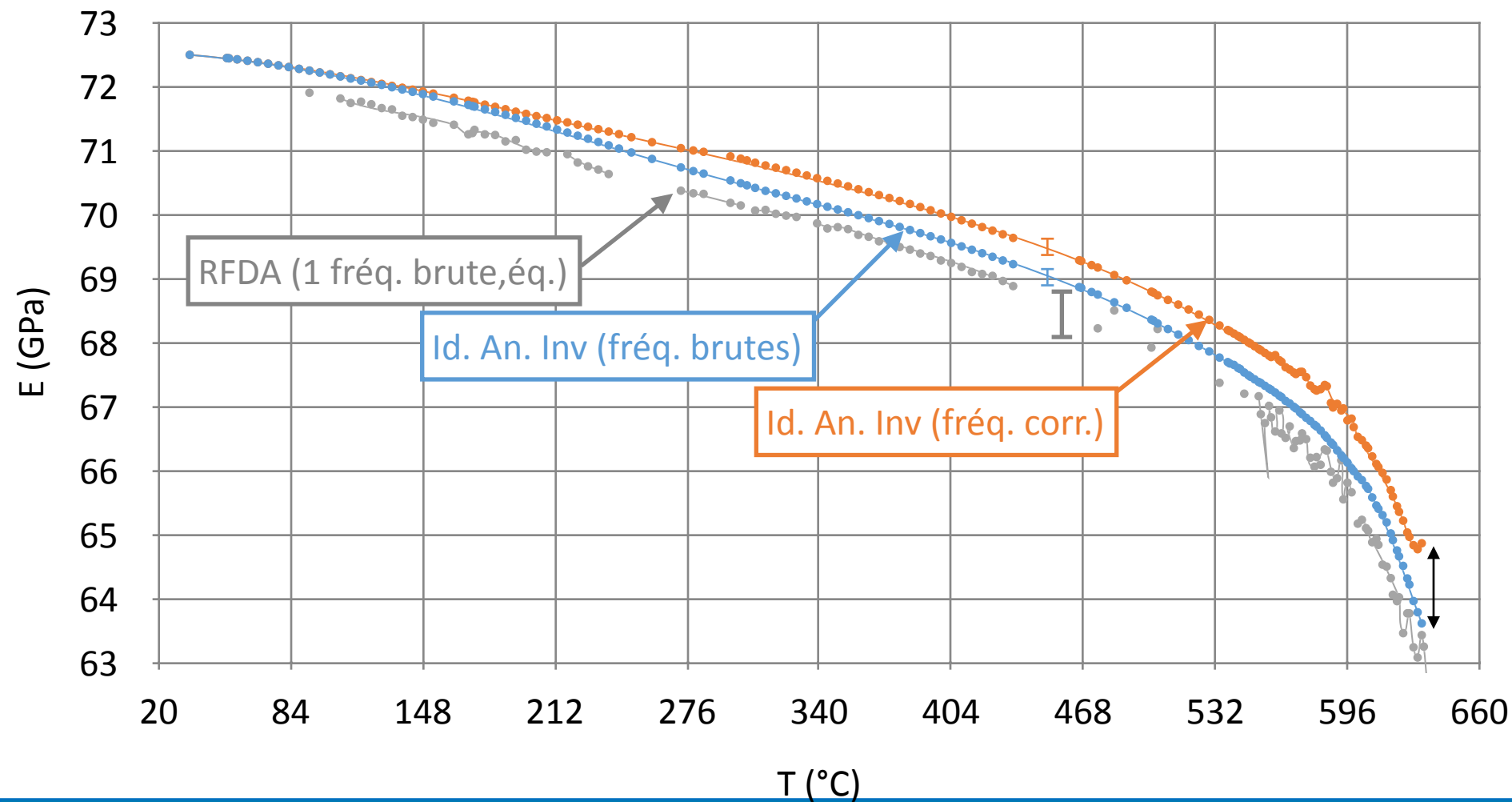
Verre float Planilux® Saint Gobain



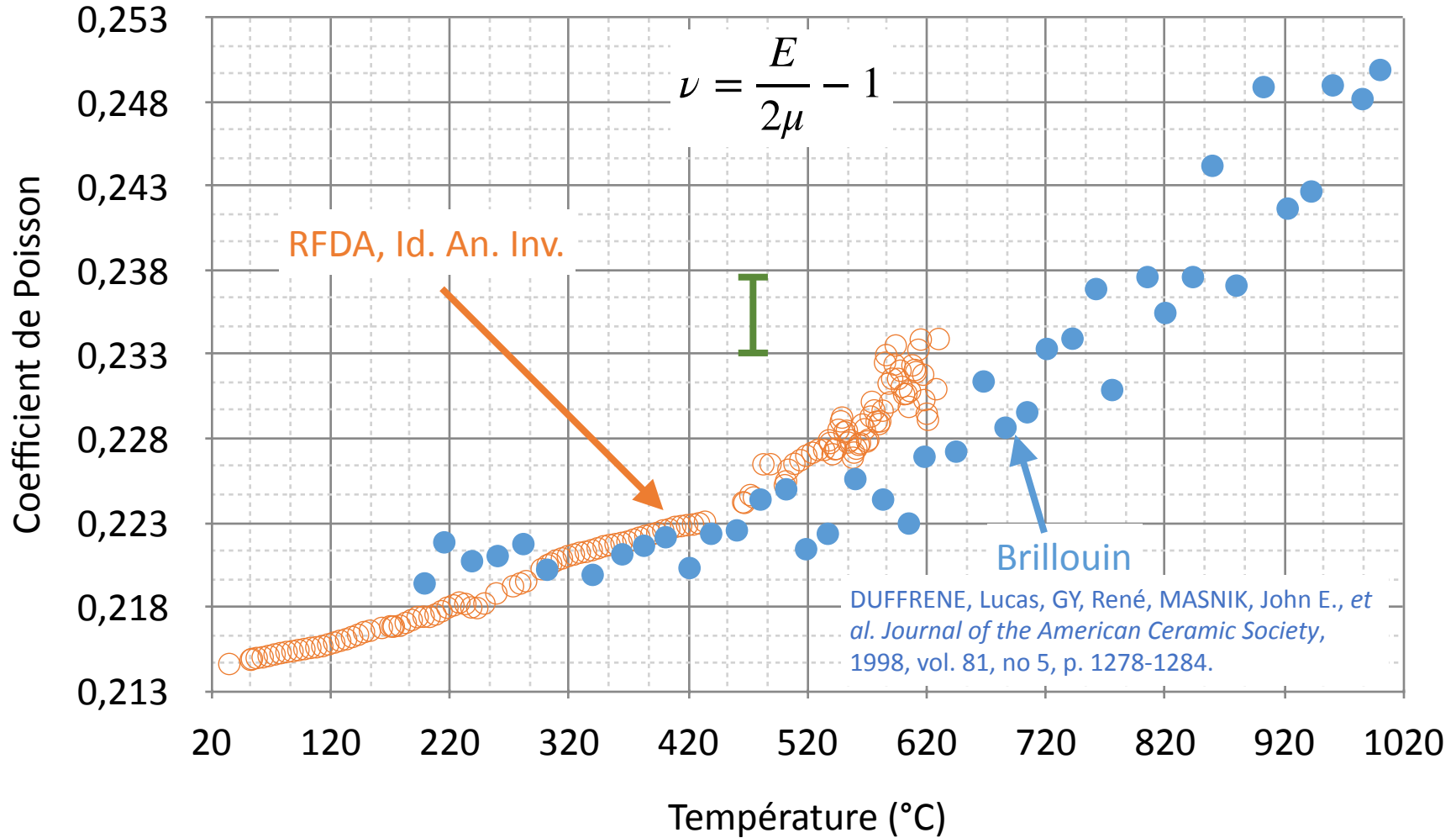
j	ρ_j	τ_{0j} (s)	$\Delta H_j/R$ (K)
1	0.00082	1.201×10^{-12}	6882
2	0.00324	1.140×10^{-10}	6009
3	0.00178	2.940×10^{-17}	15146
4	0.01220	1.122×10^{-6}	7033
5	0.03181	9.219×10^{-21}	33557
6	0.95015	∞	/



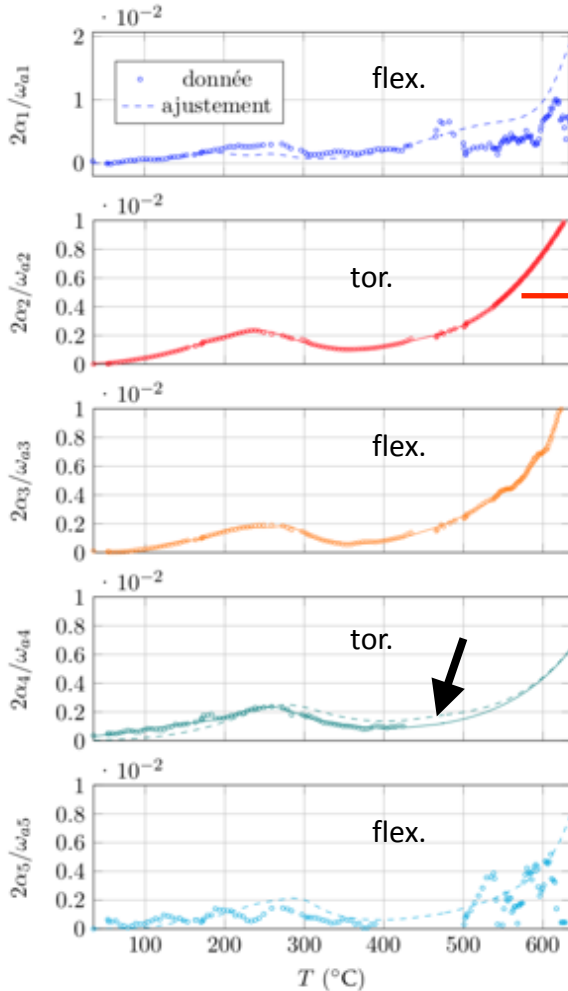
Spéculatif:
Ne prédit
pas de
viscosité!



Verre float Planilux® Saint Gobain



Rhéologie hors équilibre



ajustement:

$$\frac{2\alpha_2}{\omega_{a2}} = \frac{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j \omega_{a2}}{1 + \tau_j^2 \omega_{a2}^2}}{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j^2 \omega_{a2}^2}{1 + \tau_j^2 \omega_{a2}^2}}$$

$$\tau_j(T) = \tau_{0j} \exp\left(\frac{Q_j}{RT}\right)$$

Prédiction:

$$\frac{2\alpha_4}{\omega_{a4}} = \frac{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j \omega_{a4}}{1 + \tau_j^2 \omega_{a4}^2}}{\sum_j \frac{\rho_j \tau_j^2 \omega_{a4}^2}{1 + \tau_j^2 \omega_{a4}^2}}$$

Ne fonctionne pas...

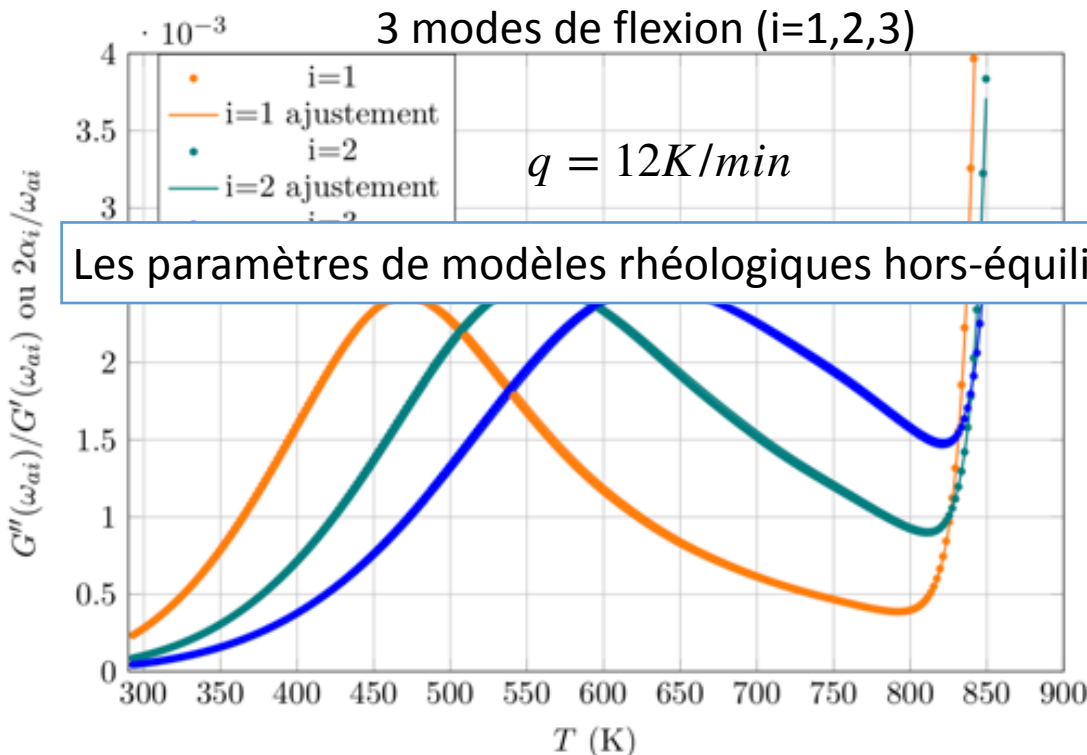
$$\tau_j(T, T_f) = \tau_{0j} \exp\left(x \frac{Q_j}{RT} + (1-x) \frac{Q_j}{RT_f}\right) \quad !$$

Rhéologie hors équilibre

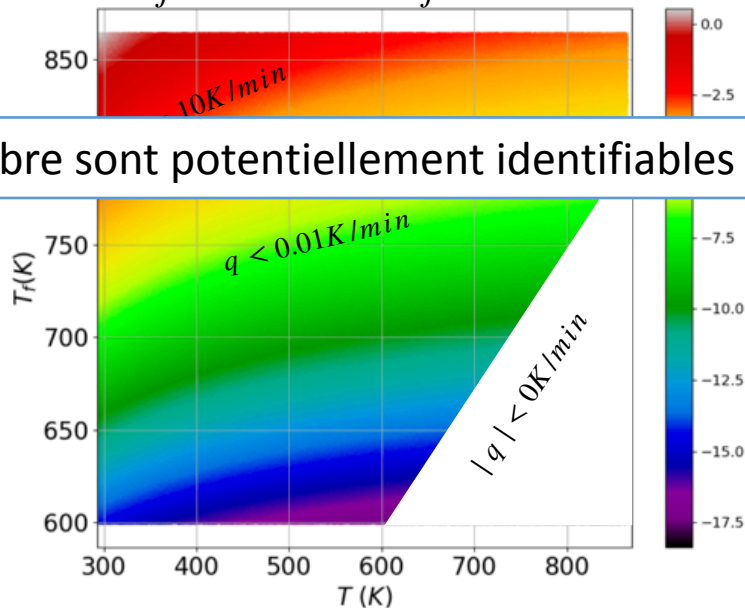
Simulation:

$$T(t), \mu(T, T_f), L, l, e, \rho_j, \tau_j(T, T_f) \rightarrow s \rightarrow \omega_{ai}, \alpha_i \longrightarrow$$

Ajustement de $2\alpha_i/\omega_{ai}$ pour différents i , avec le même set de $\tau_j(T, T_f)$

$$\frac{2\alpha_i}{\omega_{ai}} \sim \frac{G''(\omega_{ai})}{G'(\omega_{ai})}$$


Ecart τ_j injectés vs. τ_j retrouvés $\Delta\tau/\tau\%$



Les paramètres de modèles rhéologiques hors-équilibre sont potentiellement identifiables

- Mesures d'élasticité en température relativement rares

P. Gaudaud and S. Pautrot, *Characterization of the Elasticity and Anelasticity of Bulk Glasses by Dynamical Subresonant and Resonant Techniques*, *J. Non-Cryst. Sol.*, 316, 146–52 (2003).

Le Bourhis, P. Gaudaud, J-P. Guin, N. Tournier, X-H. Zhang, J. Lucas, and T. Rouxel, *Temperature Dependence of the Mechanical Behaviour of a Ge-As-Se Glass*, *Script. Mater.*, 45, 317–23 (2001).

- Post traitement nécessaire / Brillouin: amortissement

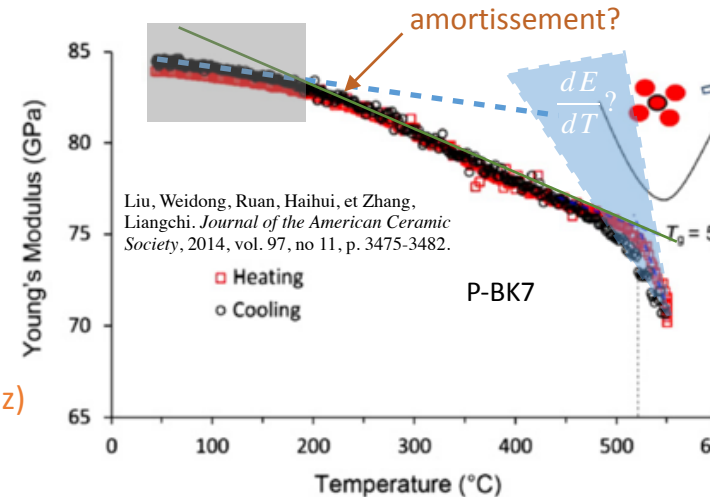
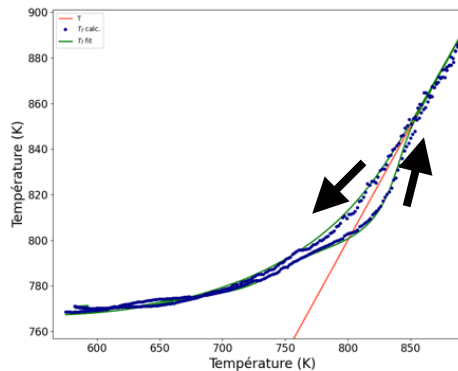
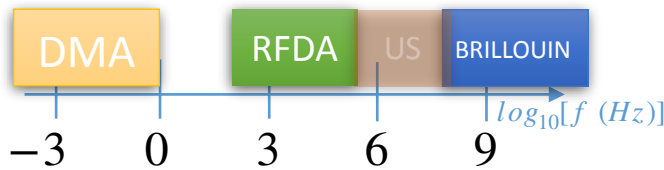
Mais la correction nécessaire renseigne sur la rhéologie! (Brillouin aussi mais GHz)

- Nécessite une bonne expertise expérimentale:

Choix de géométrie, choix du point d'impact, choix de positions de fils, ne pas chauffer trop, mais chauffer assez!... pas si "presse-bouton"!

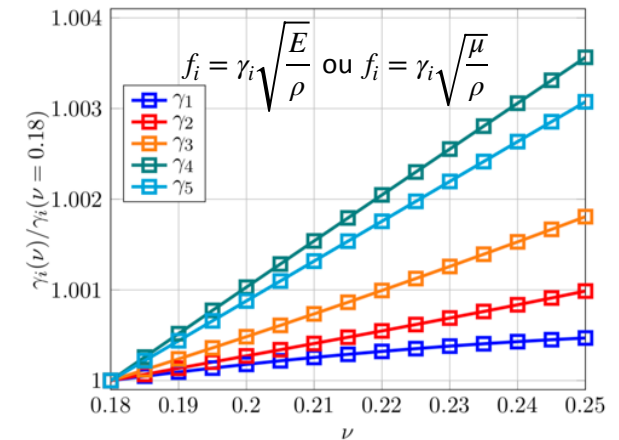
- Permet une autre mesure de T_f

Et entrer dans le débat: toutes les T_f sont-elles équivalentes?



Liu, Weidong, Ruan, Haihui, et Zhang, Liangchi. *Journal of the American Ceramic Society*, 2014, vol. 97, no 11, p. 3475-3482.

s'assurer de mode de flexion/torsion quasi-purs



Jean Rocherullé (ISCR, Rennes): Passe son HDR* le 13 octobre

Nourchène Ben Khelil (ISCR-IPR Rennes)

Damien Hoareau, Hassen Soualah (ENS Rennes)

**: Habilitation à Diriger la Retraite*