

Phénomènes de transports et d'échanges dans les liquides formateurs de verre

Franck Pigeonneau

Mines Paris | PSL Univ. - Centre de Mise en Forme des Matériaux, Sophia Antipolis

Courbe magique

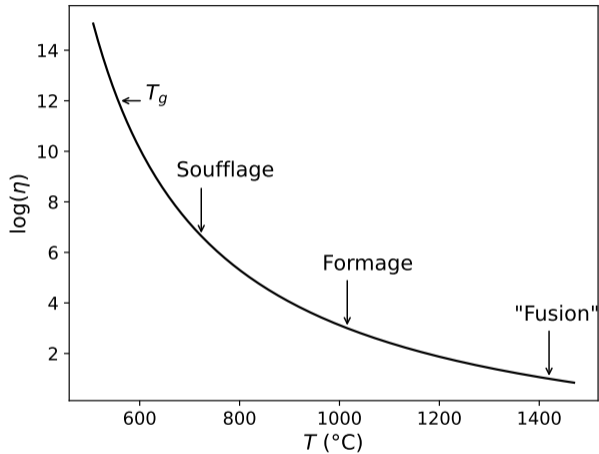


Figure 1 – $\log(\eta)$ ($\text{Pa} \cdot \text{s}$) vs. T ($^{\circ}\text{C}$) d'un verre à vitre.

Courbe magique

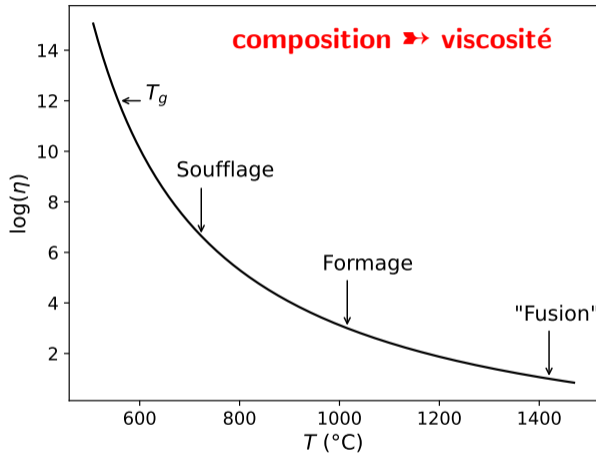


Figure 1 – $\log(\eta)$ (Pa · s) vs. T (°C) d'un verre à vitre.

Courbe magique

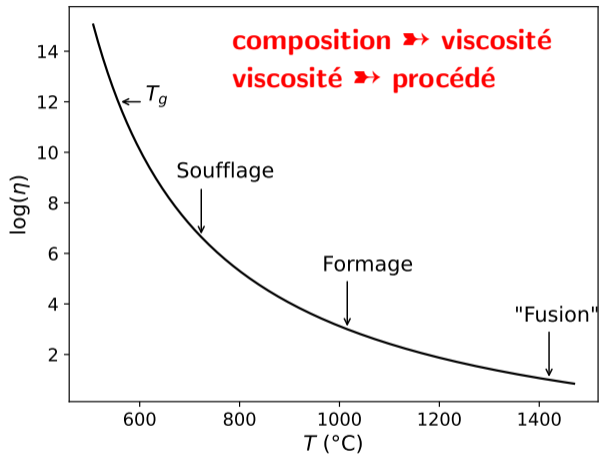


Figure 1 – $\log(\eta)$ (Pa · s) vs. T (°C) d'un verre à vitre.

Agenda

1. Thermoconvection dans les fours

- 1.1 Équations de conservation
- 1.2 Étude de cas
- 1.3 Analyse d'échelle
- 1.4 Synthèse

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

- 2.1 Forces interfaciales
- 2.2 Observations expérimentales
- 2.3 Modélisation numérique
- 2.4 Synthèse

1. Thermoconvection dans les fours

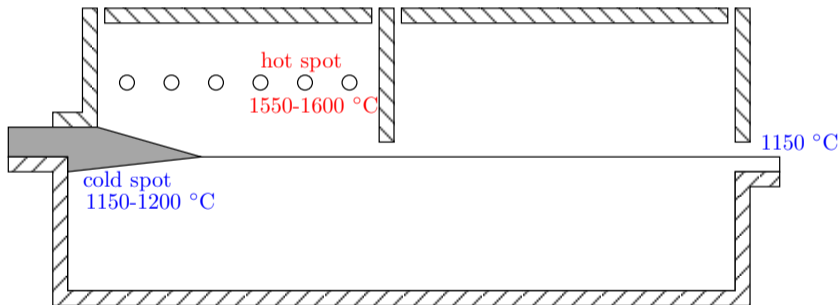


Figure 2 – Schema d'un four verrier.

1. Thermoconvection dans les fours

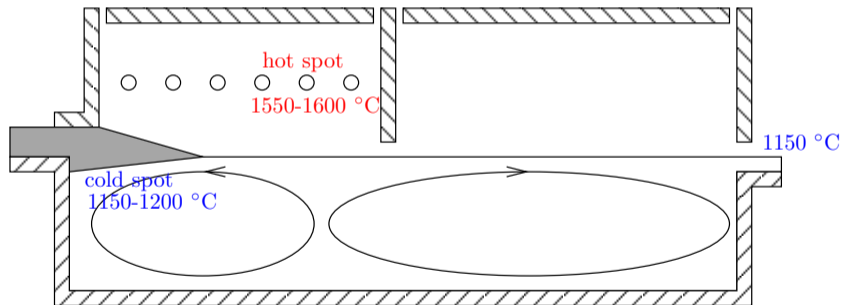


Figure 2 – Schema d'un four verrier.

1. Thermoconvection dans les fours

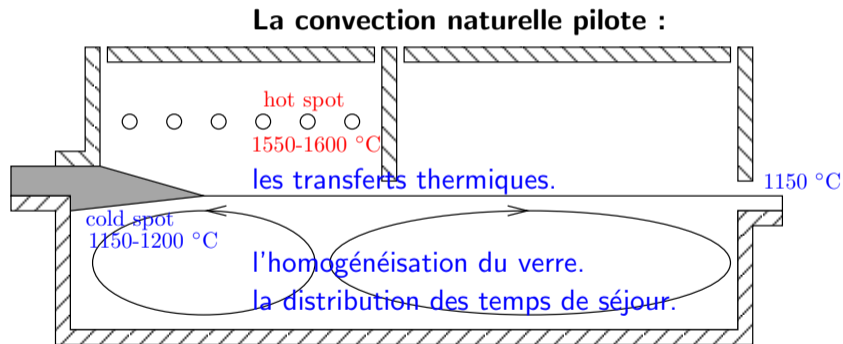


Figure 2 – Schema d'un four verrier.

1. Thermoconvection dans les fours

1.1 Équations de conservation

- ▶ Fluide incompressible dilatable :
 - ▶ Variation de ρ avec T conservée dans le bilan de quantité de mouvement¹.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot [2\eta(T)\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}] - \rho\beta(T - T_0)\mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot [\lambda_{\text{eq}}(T)\nabla T], \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}), \quad \lambda_{\text{eq}} = \lambda_{\text{cond}} + \lambda_R. \quad (4)$$

1. J. Boussinesq : Théorie analytique de la chaleur, t. II, 1903.

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

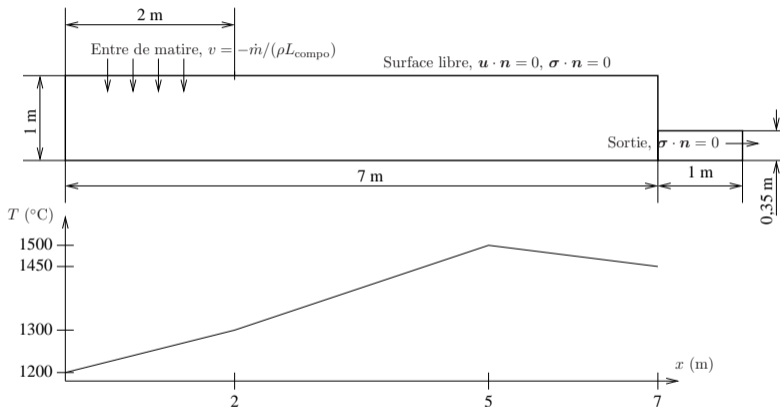


Figure 3 – Géométrie du four simplifié avec les conditions aux limites cinématique et le profil de T en surface.

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

- Les propriétés physiques :

ρ (kg/m ³)	β (K ⁻¹)	η (Pa · s)	
2300	$6 \cdot 10^{-5}$	$2,63 \cdot 10^{-3} \exp [9974,8 / (T - 521)]$	
λ_{cond} (W m ⁻¹ K ⁻¹)	C_p (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	n (-)	β_R (m ⁻¹)
2	1300	1,5	$10 \leq \beta_R \leq 500$

Table 1 – Propriétés physiques utilisées dans l'étude de cas du four simplifié.

- Les conditions aux limites thermique sur les parois :

$$-\lambda_{\text{eq}} \frac{\partial T}{\partial n} = h_p (T - T_{\infty}), \quad h_p = 2.5 \text{ W/m}^2/\text{K}.$$

(5)

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

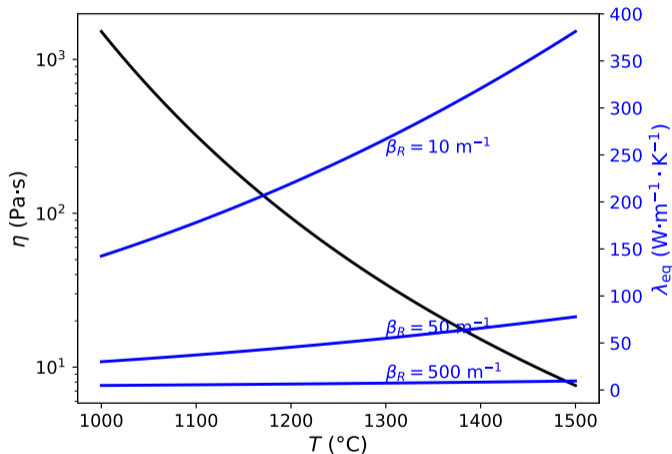


Figure 4 – η et λ_{eq} vs. T .

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

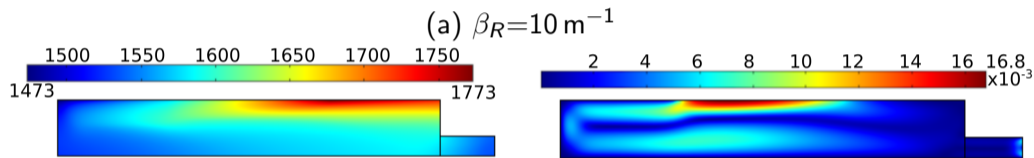


Figure 5 – T (K) et $\|\mathbf{u}\|$ (m s^{-1}) dans le plan de symétrie du four.

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

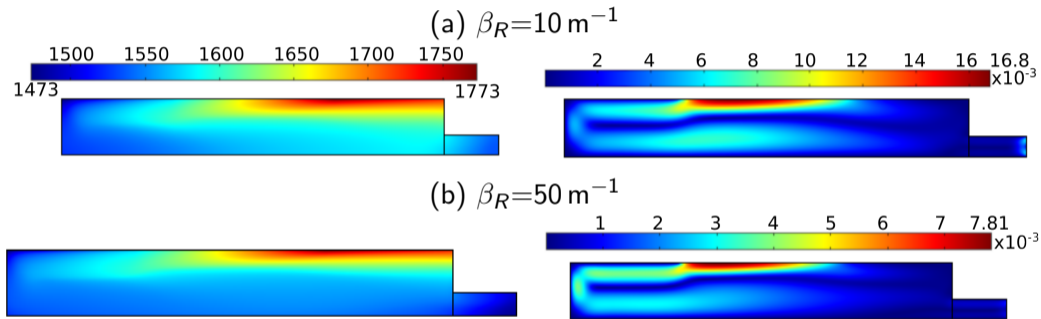


Figure 5 – T (K) et $\|\mathbf{u}\|$ (m s^{-1}) dans le plan de symétrie du four.

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

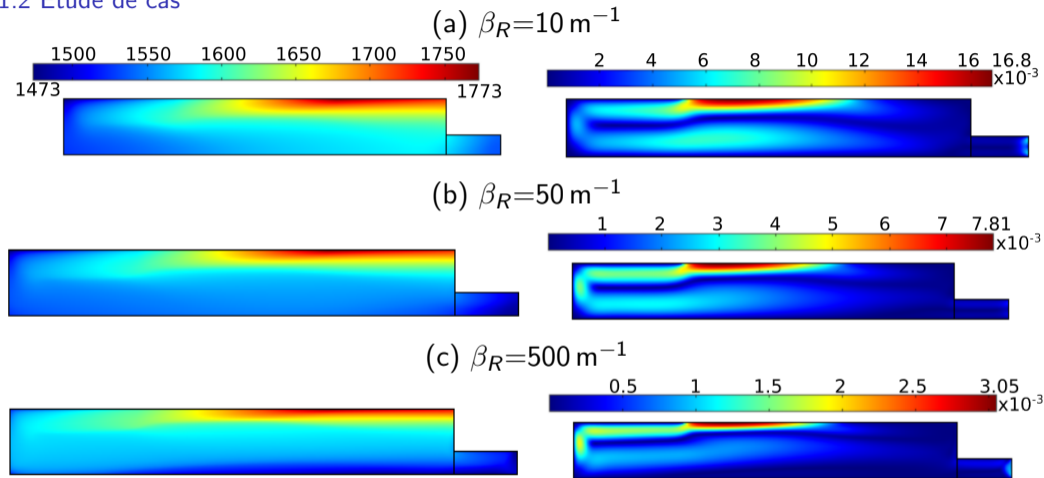
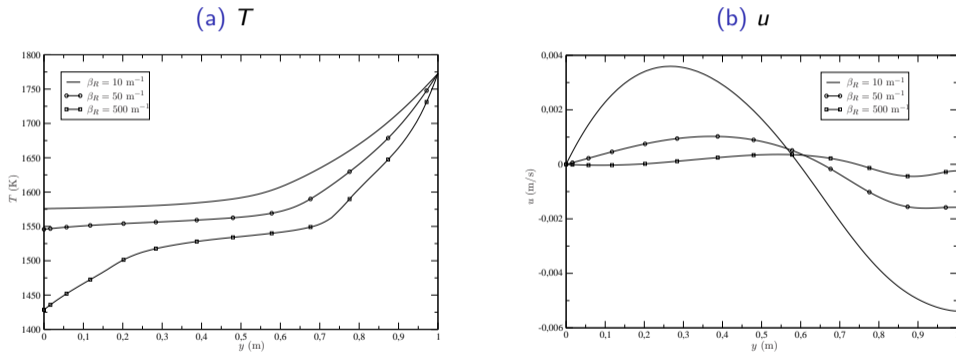


Figure 5 – T (K) et $\|\mathbf{u}\|$ (m s^{-1}) dans le plan de symétrie du four.

1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

10



1. Thermoconvection dans les fours

1.2 Étude de cas

- ▶ β_R joue un rôle important dans la thermoconvection du bain de verre.
- ▶ L'augmentation de β_R induit :
 - ▶ Accroissement des gradients thermiques ;
 - ▶ Réduction des températures de parois inférieures (sole) ;
 - ▶ Réduction de l'intensité de convection.
- ▶ β_R influence la durée de vie des fours :
 - ▶ A faible absorption, l'usure est plus rapide car T est plus élevée.
 - ▶ L'isolation des fours doit être adaptée en fonction de la teinte du verre.

1. Thermoconvection dans les fours

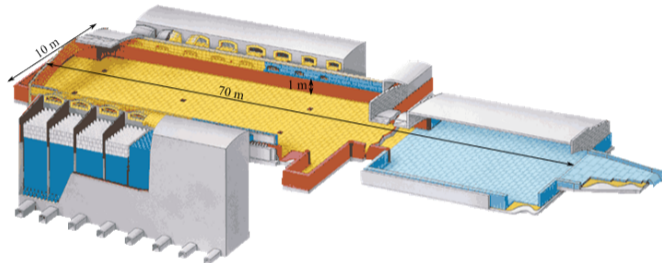
1.2 Étude de cas

- ▶ β_R joue un rôle important dans la thermoconvection du bain de verre.
- ▶ L'augmentation de β_R induit :
 - ▶ Accroissement des gradients thermiques ;
 - ▶ Réduction des températures de parois inférieures (sole) ;
 - ▶ Réduction de l'intensité de convection.
- ▶ β_R influence la durée de vie des fours :
 - ▶ A faible absorption, l'usure est plus rapide car T est plus élevée.
 - ▶ L'isolation des fours doit être adaptée en fonction de la teinte du verre.

Trouver les paramètres de contrôle des transferts de masse et d'énergie dans les fours verriers

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle



- ▶ Plus long que haut.
- ▶ Plus large que haut.
- ▶ Chauffage depuis le dessus.

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

- ▶ Température appliquée sur une frontière horizontale.
- ▶ Système fermé.

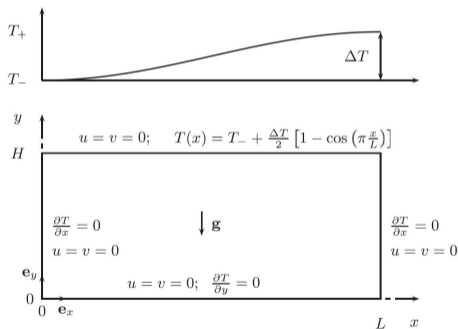


Figure 7 – Cavité rectangulaire avec les conditions aux limites cinématique et thermique.

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

- ▶ Configuration étudiée en géophysique
 - ▶ Courants dans les océans dus au soleil².
- ▶ Pas de seuil d'écoulement.
- ▶ 3 nombres sans dimension :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} \quad (6a)$$

$$A = \frac{H}{L} \quad (6b)$$

$$\text{Ra} = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\kappa} \quad (6c)$$

2. H. T. Rossby : On thermal convection driven by non-uniform heating from below : an experimental study, in : Deep-Sea Res. 12 (1965), p. 9-16.

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

- ▶ Configuration étudiée en géophysique
 - ▶ Courants dans les océans dus au soleil².
- ▶ Pas de seuil d'écoulement.
- ▶ 3 nombres sans dimension :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} \sim 100 - 10^3 \quad (6a)$$

$$A = \frac{H}{L} \sim 0.1 - 0.05 \quad (6b)$$

$$\text{Ra} = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\kappa} \sim 10^4 - 10^7 \quad (6c)$$

- ▶ Puisque $\text{Pr} \gg 1$, Pr ne joue aucun rôle :
 - ▶ Reste deux nombres sans dimension : A and Ra .

2. Rossby : On thermal convection driven by non-uniform heating from below : an experimental study (cf. note 2).

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

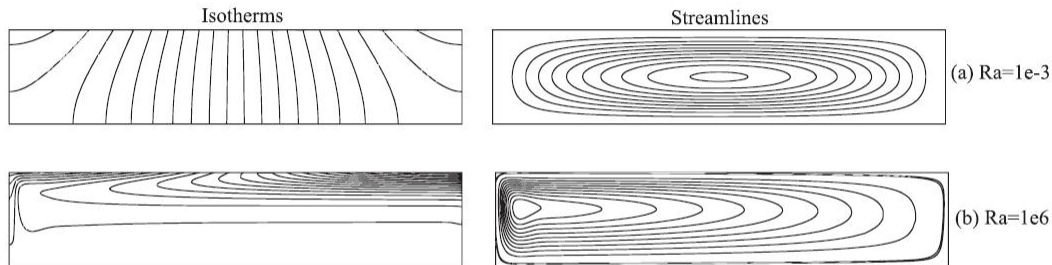


Figure 8 – Isothermes et lignes de courant dans une cavité avec $A = 1/5$.

- ▶ Deux régimes sont observés :
 - ▶ conductif à faible Ra ;
 - ▶ convectif à grand Ra .

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

- ▶ Quel est le paramètre de contrôle lorsque A et Ra changent ?
- ▶ Quelles sont les lois de transfert dans les deux régimes ?

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

- ▶ Quel est le paramètre de contrôle lorsque A et Ra changent ?
- ▶ Quelles sont les lois de transfert dans les deux régimes ?
- ▶ A partir d'une analyse d'échelle, on montre³ :
 - ▶ $Ra A^2$ est l'unique paramètre.

$$Ra A^2 = \frac{H^2/\kappa}{L/U}, \quad (7)$$

$$U = Ra \frac{\kappa}{L}. \quad (8)$$

3. Flesselles/Pigeonneau : Kinematic regimes of convection at high Prandtl number in a shallow cavity (cf. note 3).

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

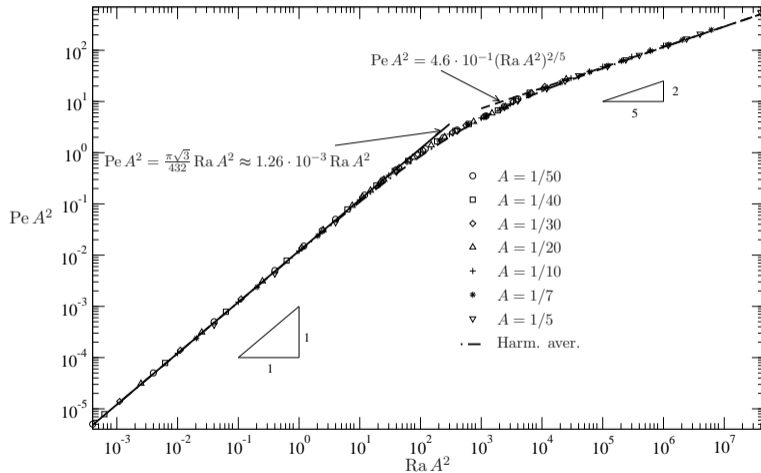


Figure 9 – $Pe A^2$ vs. $Ra A^2$ avec $Pe = \frac{|u|_{\max} L}{\kappa}$.

1. Thermoconvection dans les fours

1.3 Analyse d'échelle

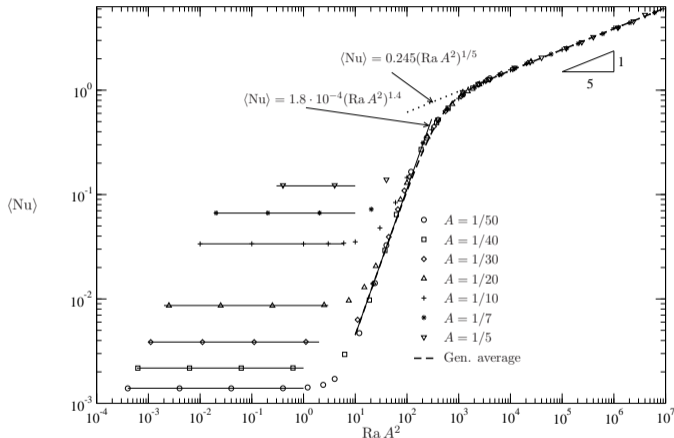


Figure 10 – $\langle Nu \rangle$ vs. $Ra A^2$ où $\langle Nu \rangle = \sqrt{A \int_0^{1/A} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 (x) dx}$.

1. Thermoconvection dans les fours

1.4 Synthèse

- ▶ Un seul et unique paramètre : $Ra A^2$.
- ▶ Deux régimes avec des lois clairement établies.
- ▶ Les fours verriers sont dans le régime convectif.
- ▶ La vitesse typique est

$$u_0 \sim \left(\frac{\beta \Delta T g}{\nu} \right)^{2/5} \kappa^{3/5} L^{1/5}. \quad (9)$$

- ▶ Puisque $\kappa \sim \beta_R^{-1}$:
 - ▶ Très forte influence de l'absorption infrarouge du verre.
- ▶ H ne joue aucun rôle pour décrire les transferts de masse et de chaleur.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.1 Forces interfaciales

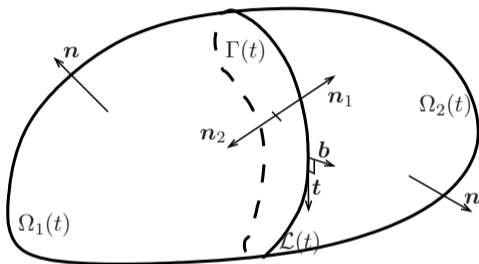


Figure 11 – Volume de contrôle comprenant 2 phases, $\Omega_1(t)$ et $\Omega_2(t)$ coupés par une interface $\Gamma(t)$.

$$(\boldsymbol{\sigma}_2 - \boldsymbol{\sigma}_1) \cdot \mathbf{n} = \gamma \nabla_S \cdot \mathbf{nn} - (\mathbf{l} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \cdot \nabla_S \gamma. \quad (10)$$

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

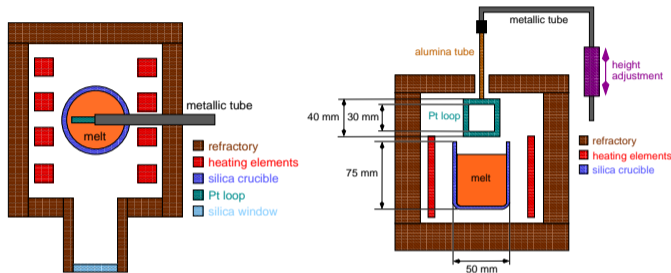


Figure 12 – Montage pour créer des films de liquide formateur de verre.

SiO ₂	Na ₂ O	CaO	K ₂ O	MgO	Al ₂ O ₃
72.1	13.3	9	0.1	3.6	0.8

Table 2 – Composition du verre (wt%).

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

Drainage of a vertical film

made of molten glass

Temperature of the furnace = 1300°C

total time of the movie
in real time is 14 minutes

F. Pigeonneau, H. Kocarkova, F. Rouyer,

<http://dx.doi.org/10.1016/j.colsurfa.2012.04.014>

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

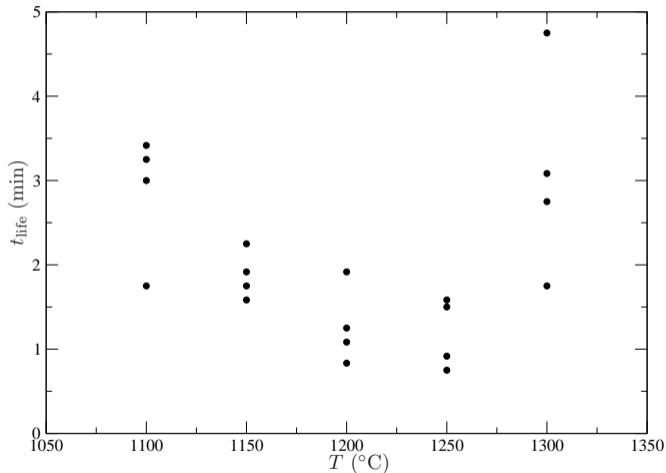


Figure 13 – t_{life} (min) vs. T .

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

- ▶ Normalisation du temps de vie.
- ▶ Pour les interfaces non cisillées :
 - ▶ écoulement élongationnel.
- ▶ Gravité équilibre les forces de visqueuses élongationnelles :

$$t_{\eta} = \frac{\nu}{gL}. \quad (11)$$

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

25

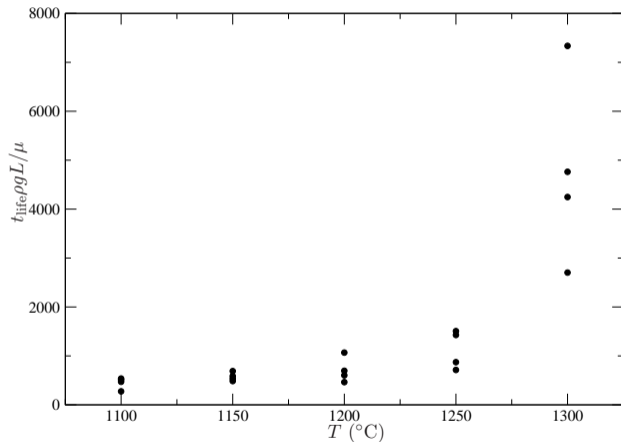


Figure 14 – Temps de vie normalisé vs. T .

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales

- ▶ Stabilisation thermiquement activée.
- ▶ Collection d'échantillons après 3 ou 4 minutes de drainage pour obtenir les compositions chimiques.

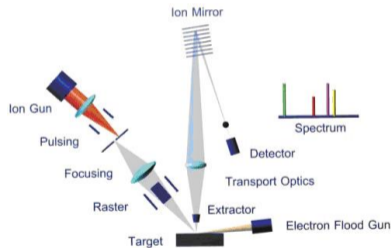
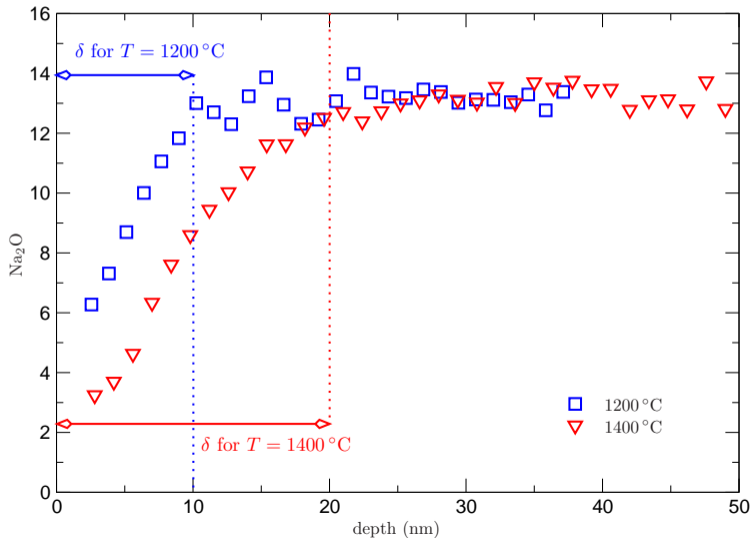


Figure 15 – Principe du SIMS.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.2 Observations expérimentales



2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

- ▶ La tension de surface est déterminée en utilisant le principe d'additivité⁴ :

$$\gamma = \sum_{i=1}^N \gamma_i y_i, \text{ avec } y_i = \frac{\rho_i}{\rho}. \quad (12)$$

- ▶ Détermination de la concentration de Na_2O vs. h et de l'épaisseur d'évaporation de Na_2O , δ ⁵ :

$$\rho_{\text{Na}_2\text{O}} = \frac{\rho_{\text{Na}_2\text{O},0}}{1 + \frac{2\delta}{h}}. \quad (13)$$

4. H. Scholze : Glass. Nature, Structures and Properties, Berlin 1990.

5. F. Pigeonneau/H. Kočárková/F. Rouyer : Stability of vertical films of molten glass due to evaporation, in : Colloids Surf., A 408 (2012), p. 8-16.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

$$\gamma = \gamma_0 + \delta\gamma f_\gamma(h). \quad (14)$$

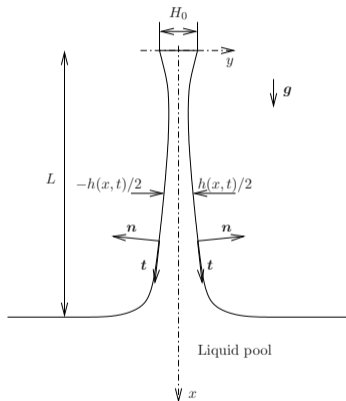
$$\delta\gamma = \left(\gamma_{\text{SiO}_2} \frac{y_{\text{SiO}_2,0}}{y_{\text{SiO}_2,0} + y_{\text{CaO},0}} + \gamma_{\text{CaO}} \frac{y_{\text{CaO},0}}{y_{\text{SiO}_2,0} + y_{\text{CaO},0}} - \gamma_{\text{Na}_2\text{O}} \right) y_{\text{Na}_2\text{O},0}, \quad (15)$$

$$f_\gamma(h) = \frac{1}{1 + \frac{h}{2\delta}}. \quad (16)$$

- ▶ $\delta\gamma \approx 4,2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$.
- ▶ Si $\delta/h \approx 0.2$, la variation de γ est de 0,5 %.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique



- Développement d'un modèle de lubrification tenant compte de la variation de γ .

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

► Problème normalisé :

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{h} = \frac{h}{H_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_0}, \quad \bar{t} = \frac{tU_0}{L}, \quad \text{avec } U_0 = \frac{\rho g L^2}{\eta}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial(\bar{h}\bar{u})}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (18)$$

$$\text{Re } \bar{h} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}\bar{u}_{,\bar{x}} \right) = 4 \frac{\partial(\bar{h}\bar{u}_{,\bar{x}})}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{\gamma}\bar{h}\bar{h}_{,\bar{x}\bar{x}\bar{x}}}{2 \text{Bo}} + \text{Ma} \frac{d\bar{f}_{\bar{\gamma}}}{d\bar{h}} \bar{h}_{,\bar{x}} + \bar{h}. \quad (19)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho U_0 L}{\eta}, \quad \text{Bo} = \frac{\rho g L^3}{\gamma_0 H_0}, \quad \text{Ma} = \frac{\delta \gamma}{\eta U_0}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{H_0}. \quad (20)$$

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

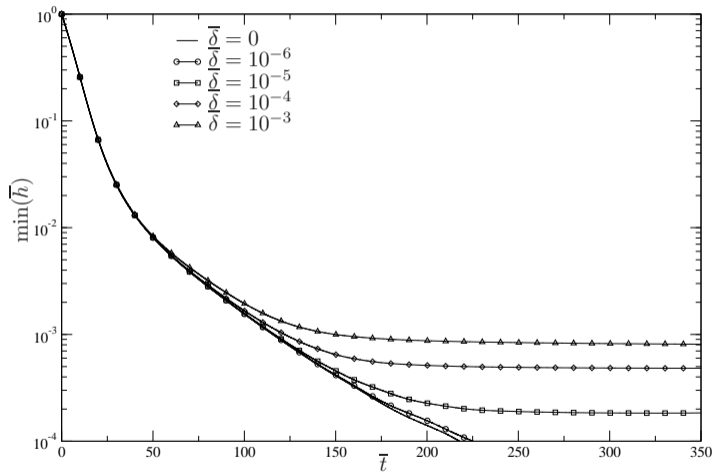


Figure 17 – $\min(\bar{h})$ vs. \bar{t} et 5 valeurs de $\bar{\delta}$.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

33

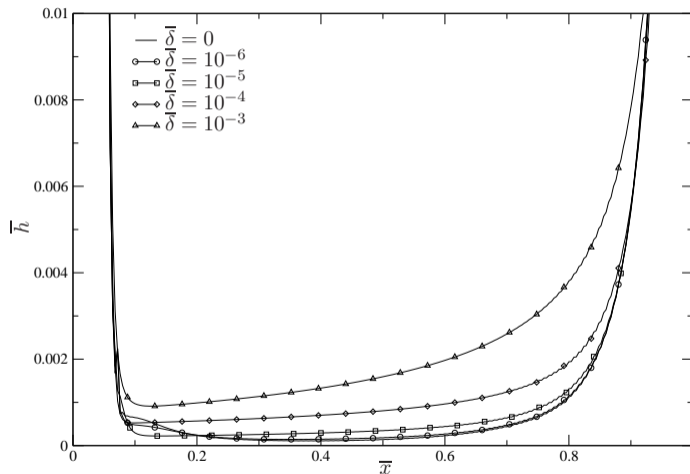


Figure 18 – \bar{h} vs. \bar{x} et 5 valeurs de $\bar{\delta}$.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.3 Modélisation numérique

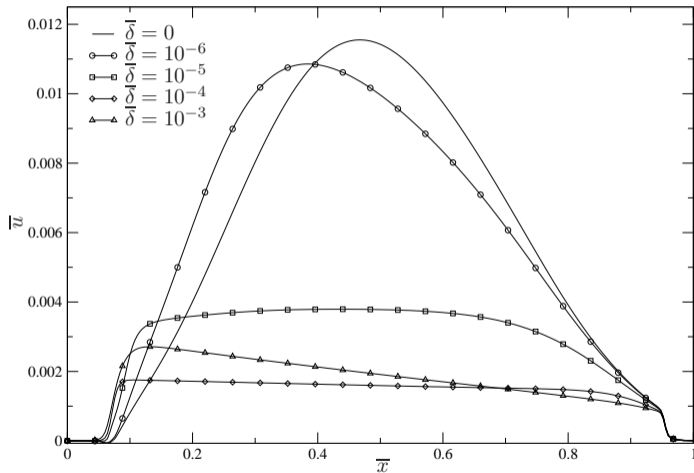


Figure 19 – \bar{u} vs. \bar{x} et 5 valeurs de $\bar{\delta}$.

2. Stabilité de films de liquide formateur de verre

2.4 Synthesis

- ▶ La stabilité de films verticaux semble due à l'évaporation Na_2O ;
- ▶ Physiquement analogue à l'évaporation de l'alcool des solutions aqueuses :

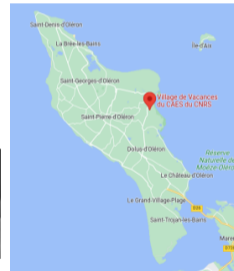
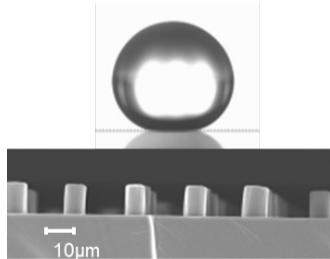
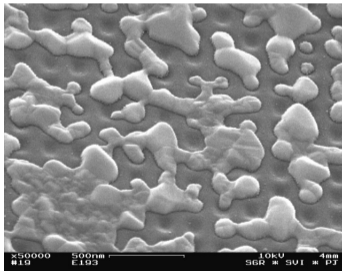


Source : wikipedia : Larmes de vin.

- ▶ Une variation de 0,5 % de γ suffit pour stabiliser les films.

Ecole thématique CNRS Surfaces & Interfaces du Verre

La Vieille Perrotine, Île d'Oléron, 16 au 20 octobre 2023



<https://surface-verre.sciencesconf.org/>

Merci de votre attention !

Contact : franck.pigeonneau@minesparis.psl.eu