# Modélisation par dynamique moléculaire des liquides



## Nicolas Sator sator@lptmc.jussieu.fr

Laboratoire de Physique Théorique de la Matière Condensée Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)





#### Ecole GDR Verres 2 avril 2015

# Qu'est-ce que la dynamique moléculaire ?



## Un dessin animé pour physiciens



Thermodynamique, structure, dynamique...

- 1. Principe : du microscopique au macroscopique
- 2. En pratique : simulations numériques, algorithmes et implémentation
- 3. Prédictions : calculs des grandeurs physiques
- 4. Exemples : liquides silicatés

# Du microscopique...



r<sub>ii</sub>



- oscillateur harmonique
- coulombien
- Lennard-Jones  $u(r_{ij}) = 4 \varepsilon \left( \left( \frac{\sigma}{r_{ii}} \right)^{12} \left( \frac{\sigma}{r_{ii}} \right)^{6} \right)$

- ...

Principe fondamental de la dynamique + conditions initiales pour i=1,2  $\vec{r}_{i}(0), \vec{v}_{i}(0)$ 

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_{ij} = -\nabla_i u(r_{ij})$$

 $u(r_{ij})$ 

Forme analytique de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$ 

pour t > 0







r<sub>ii</sub>









1. Principe

Boltzmann









#### 2. En pratique

# Simulations numériques

#### Développement de l'informatique...

#### et des simulations numériques



- Monte-Carlo classique (ou quantique) marche aléatoire, trajectoires non réalistes
- Dynamique moléculaire

classique ou quantique (*ab initio*)  $N \approx 10^3 - 10^6 \text{ et } \Delta t \approx 10 \text{ ns}$  $N \approx 10^2 - 10^3 \text{ et } \Delta t \approx 0,01 \text{ ns}$ 

• Eléments finis, multi-échelles, mix de MC, DM...

Approche classique choix d'un potentiel effectif  $u(r_{ij})$ 

Modèle selon le système : Lennard-Jones, Buckingham, Coulomb, à 3 corps w<sub>iik</sub>...

avec **paramètres** :  $\epsilon$  et  $\sigma$  dans LJ, charges effectives...

à ajuster à l'aide de données expérimentales et/ou ab initio

# Algorithme d'intégration

Discrétiser le principe fondamental de la dynamique :  $\vec{r}_i(t)$ ,  $\vec{v}_i(t) \rightarrow \vec{r}_i(t+\delta t)$ ,  $\vec{v}_i(t+\delta t)$ où le pas de temps  $\delta t = 10^{-15}$  s

Verlet vitesse (ou Verlet 1967, leapfrog, Gear...)

$$\begin{cases} \vec{r}_i(t+\delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t) \delta t + \vec{a}_i(t) \frac{(\delta t)^2}{2} + \dots & \text{et} \quad \vec{a}_i(t) = \frac{\vec{F}_i(t)}{m} \\ \vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \vec{a}_i(t) \delta t + \dot{\vec{a}}_i(t) \frac{(\delta t)^2}{2} + \dots & \text{avec} \quad \dot{\vec{a}}_i(t) = \frac{\vec{a}_i(t+\delta t) - \vec{a}_i(t)}{\delta t} \end{cases}$$

donc 
$$\vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\delta t}{2} [\vec{a}_i(t+\delta t) + \vec{a}_i(t)]$$

soit 
$$\begin{cases} \vec{r}_i(t+\delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t)\delta t + \frac{\vec{F}_i(t)}{2m}(\delta t)^2 \\ \vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\delta t}{2m}[\vec{F}_i(t+\delta t) + \vec{F}_i(t)] \end{cases}$$



### 2. En pratique

# Algorithme d'intégration

Discrétiser le principe fondamental de la dynamique :  $\vec{r}_i(t)$ ,  $\vec{v}_i(t) \rightarrow \vec{r}_i(t+\delta t)$ ,  $\vec{v}_i(t+\delta t)$ où le pas de temps  $\delta t = 10^{-15}$  s

Verlet vitesse (ou Verlet 1967, leapfrog, Gear...)

$$\begin{cases} \vec{r}_i(t+\delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t) \delta t + \vec{a}_i(t) \frac{(\delta t)^2}{2} + \dots & \text{et} \quad \vec{a}_i(t) = \frac{\vec{F}_i(t)}{m} \\ \vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \vec{a}_i(t) \delta t + \dot{\vec{a}}_i(t) \frac{(\delta t)^2}{2} + \dots & \text{avec} \quad \dot{\vec{a}}_i(t) = \frac{\vec{a}_i(t+\delta t) - \vec{a}_i(t)}{\delta t} \end{cases}$$

donc 
$$\vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\delta t}{2} [\vec{a}_i(t+\delta t) + \vec{a}_i(t)]$$

soit 
$$\begin{cases} \vec{r}_i(t+\delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t) \delta t + \vec{F}_i(t) \\ \vec{v}_i(t+\delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\delta t}{2m} [\vec{F}_i(t+\delta t) + \vec{F}_i(t)] \end{cases}$$



## 2. En pratique



- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$  $t \rightarrow t + \delta t$







#### **Trucs et astuces**

- Conditions aux limites périodiques
- Liste de voisins et rayon de coupure
- Interactions à longue portée (Coulomb)
- Ensembles NVE, NVT, NPT...

#### 2. En pratique

• ....



- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas  $t \rightarrow t + \delta t$
- Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$







#### **Trucs et astuces**

• Conditions aux limites périodiques

Suppression des effets de surface mais reste les effets de taille !



## 2. En pratique



- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas  $t \rightarrow t + \delta t$
- Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$







## **Trucs et astuces**

• Liste de voisins et rayon de coupure du potentiel  $R_c$ 

Temps de calcul des forces  $\approx N^2$ 

si  $u(r_{ij})$  courte portée :

- coupure en  $r_{ij} = R_c < L/2$
- convention d'image minimale



## 2. En pratique



- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas  $t \rightarrow t + \delta t$
- Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$







## **Trucs et astuces**

• Liste de voisins et rayon de coupure du potentiel  $R_c$ 

Temps de calcul des forces  $\approx N^2$ 

si 
$$u(r_{ij})$$
 courte portée :

- coupure en  $r_{ij} = R_c < L/2$
- convention d'image minimale

Réduction du temps de calcul







- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas  $t \rightarrow t + \delta t$
- Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$







#### **Trucs et astuces**

• Interactions à longue portée (Coulomb)

$$V^{\text{Coul.}} = \sum_{n} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{q_i q_j}{|\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{n}L|}$$

Sommation d'Ewald :

convergence rapide dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier

Prise en compte des interactions à longue portée >> L



## 2. En pratique



- Positions (sur un réseau) et vitesses initiales
- Intégration pas par pas  $t \rightarrow t + \delta t$
- Stockage de  $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$



#### **Trucs et astuces**

• Ensembles NVE, NVT, NPT...

Système isolé, donc énergie conservée (NVE) :  $E = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m \vec{v}_i^2 + \sum_{i < j} u(r_{ij}) = constante$ Couplage avec un **thermostat** (NVT) :  $m_i \frac{d \vec{v}_i}{dt} = -\nabla_i u(r_{ij}) - \xi(t) \vec{v}_i$  où  $\dot{\xi}(t) = f(T, T_{inst}(t))$ 

... et avec un **barostat** (NPT)

Pratique pour équilibrer un système à P et T donnés, mais la dynamique, modifiée, doit être étudiée en NVE

Par exemple : Berendsen, Nosé-Hoover...





**Argon :** N=500 en NVE,  $u(r_{ij})$ Lennard-Jones et  $\rho$ =1,39 g/cm<sup>3</sup>



#### 3. Prédictions



3. Prédictions









Description de la structure à l'échelle atomique Propriétés de transport $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$ • Coefficient de diffusion : D<br/>avec le Mean Square Displacement (MSD)<br/> $d^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \langle [\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0)]^2 \rangle \xrightarrow{*} 6 D t$ 

diffusif

Silice : N=1000 en NVE,  $u(r_{ii})$ Buckingham+ coul. à T= 2273 K et P=0 kbar





diffusif

Silice : N=1000 en NVE,  $u(r_{ij})$ Buckingham+ coul. à T= 2273 K et P=0 kbar



# **Propriétés de transport**

- Coefficient de diffusion : D
- Viscosité : η

 $\vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$ 

avec le tenseur des pressions et formalisme de Green-Kubo

$$P_{\alpha\beta}(t) = \frac{1}{V} \left( \sum_{i} m v_{i\alpha} v_{i\beta} + \sum_{i} \sum_{j>i} r_{ij\alpha} F_{ij\beta} \right)$$

 $\alpha \neq \beta \equiv x, y, z$ 





#### Système de particules traité en physique classique :

- ★ Composition : atomes, molécules, macromolécules...
- \* État thermodynamique : liquide, solide, gaz (verres, granulaires...)
- \* En physique statistique, sciences des matériaux, biologie, géochimie...



Du liquide au verre de silice







Qu'est-ce qu'un magma ?

Silicate fondu = liquide ionique avec SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, FeO, MgO, CaO, Na<sub>2</sub>O ...

Qu'est-ce qui fait fondre les roches en profondeur ?

Quels rôles jouent les magmas ?

Diminution de la pression et présence de « volatils »

- Volcanisme
- Dynamique du manteau
- Dégazage du CO<sub>2</sub> (climat)
- Histoire de la Terre ...

 Propriétés physico-chimiques des magmas à haute pression et température ?
 Effete des «voletile » (CO - H O - ) 2

• Effets des « volatils » (CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>0 ...) ?

Expériences à haute pression et température délicates ! Besoin d'une description microscopique



Silicate MORB			
	TK21B atlantic	wt%	
	SiO <sub>2</sub>	50.6	
	TiO <sub>2</sub>	1.5	
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	15.1	
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.2	
	FeO	8.4	
	MgO	7.8	
	CaO	11.9	
	Na <sub>2</sub> O	2.9	
	K <sub>2</sub> O	0.1	

Silicate (MORB) : N=1000 en NVE,  $u(r_{ii})$  Buckingham+ coul. à P=0 kbar



175 paramètres à ajuster...en fait beaucoup moins !

Thomas Dufils (doctorant) Nicolas Folliet (postdoc)



# **Fusion partielle d'un polycristal d'olivine**



Microcopie optique (S. Demouchy)

Cristal d'Olivine :  $(Fe,Mg)_2 [SiO_4]$ 

principal minéral du manteau supérieur terrestre

A T = 1700 K et P = 10 kbar



# **Fusion partielle d'un polycristal**



d = déplacement des atomes en 3 ns

Les atomes mobiles (fluide)



# **Conclusions**

- **Modélisation, entre théorie et expérience**
- Choix d'un potentiel d'interaction effectif



«toutes» les propriétés thermodynamiques, structurales et de transport et description à l'échelle atomique

- Contrôle de la composition et des conditions thermodynamiques (P,T)
- **\*** Limitations : Modèle, taille et temps finis  $N \approx 10^3 10^6$

$$L \approx 1 - 10^2 \text{ nm}$$

 $\Delta t \approx 10^{-8} s$ 

#### ★ Applications aux systèmes complexes :

physique statistique, science des matériaux, biologie, géochimie...





Bertrand Guillot (CNRS) Boris Mantisi (post-doc) Elsa Desmaele (doctorante) Thomas Dufils (doctorant)



# **Codes et bibliographie**

Les codes populaires : DL\_POLY, LAMMPS, GROMACS, XMD...



#### A lire avant utilisation :

- M.P. Allen and D.J. Tildesley Computer simulation of liquids (Clarendon Press Oxford, 1987)
- D. Frenkel and B. Smit Understanding molecular simulation (Academic Press, 1996)



- C. Becquart and M. Perez Dynamique moléculaire appliquée aux matériaux (Techniques de l'ingénieur, RE136, 2010)
- D.V. Schroeder Interactive molecular dynamics, Am. J. Phys. 83, 210 (2015)
- P. Viot (cours de Master 2 sur web)
  Simulation numérique en physique statistique